BẢN XEM THỬ MIỄN PHÍ • TRÍCH ĐỌC TỪ CUỐN SÁCH ĐẦY ĐỦ 139 TRANG A4

TÀI LIỆU ĐỘC QUYỀN • THẦY THẾ ANH

CHINH PHỤC ĐIỂM TUYỆT ĐỐI CÂU II – RÚT GỌN BIỂU THỨC

Toán 9 – Ôn thi vào lớp 10 THPT Hà Nội

100 Bài Tuyển Chọn Từ Đề Các Trường Nội Thành & Đề Cấp Quận, Huyện, Cụm • Năm học 2024 – 2025, 2025 – 2026

100	139	300	150K
Bài chuẩn Hà Nội	Trang A4 bản đầy đủ	Ý giải kiểm chứng kép	Ưu đãi bản Full PDF

- ✓ **Bản Xem Thử gồm:** Trọn vẹn Cẩm nang Phương pháp, 7 Bẫy Kinh Điển Sở GD Hà Nội, trích 12 Đề bài phân dạng & **6 Bài Lời Giải Độc Quyền** đại diện đủ 6 Dạng (Dạng 7 → Dạng 12).
- ✓ **Bản Đầy Đủ (139 trang PDF • 150.000đ):** Mở khóa trọn bộ **100 đề bài + 100 lời giải chi tiết chuẩn barem 0,25đ** + 100 hộp *Tư duy Thầy Thế Anh* & *Cảnh báo bẫy* + **Bảng tra nhanh 300 đáp án**.
- ✓ **Kiểm chứng toán học 2 lớp (SymPy + AI Audit):** 6.115 công thức toán sắc nét 100%, không sai dấu, không sót nghiệm cô lập hay nghiệm không chính phương.

BIÊN SOẠN & BẢO CHỨNG CHUYÊN MÔN

Thầy Nguyễn Thế Anh

Điện thoại / Zalo: 0986 683 218

Website: thaytheanh.com | vipstudy.vn | nguyentheanh.vn

*Nhắn Zalo **0986 683 218** (cú pháp **RG100HN**) hoặc quét QR để nhận bản đầy đủ 139 trang PDF (150.000đ) và vào nhóm hỏi bài trực tiếp cùng Thầy Thế Anh.*

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

LỜI NÓI ĐẦU

TÂM HUYẾT TỪ THẦY THẾ ANH

Các em học sinh lớp 9 và quý phụ huynh thân mến,

Trong kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT công lập của Sở Giáo dục và Đào tạo Hà Nội nhiều năm qua, **Câu II — Biểu thức chứa căn thức bậc hai (chiếm 2,0 điểm)** luôn được coi là *"câu bản lề quyết định đỗ nguyện vọng 1"*. Đây là câu mà học sinh khá giỏi **buộc phải ăn trọn 2,0/2,0 điểm**, nhưng thực tế chấm thi lại cho thấy rất nhiều bạn mất 0,25 đến 0,75 điểm một cách cực kỳ đáng tiếc chỉ vì quên điều kiện xác định, nhầm dấu khi quy đồng, chia cho biểu thức chưa biết dấu, hoặc bỏ sót giá trị $x = 0$.

Cuốn sách **"Chinh phục điểm tuyệt đối Câu II – Rút gọn biểu thức chứa căn (Ôn thi vào 10 Hà Nội)"** được thầy tuyển chọn công phu gồm **100 bài toán mới nhất (năm học 2024 – 2025 và 2025 – 2026)** từ đề khảo sát, thi thử của các Phòng GD&ĐT, UBND phường – xã, cụm chuyên môn và các trường THCS top đầu nội thành Hà Nội (Amsterdam, Chu Văn An, Cầu Giấy, Yên Hòa, Trưng Vương, Đống Đa, Nguyễn Trường Tộ, Thăng Long, Việt Nam – Angiêri...).

ĐIỂM ĐỘC QUYỀN TRONG CUỐN SÁCH NÀY

- **Phân loại khoa học theo 6 Dạng trọng tâm (Dạng 7 → Dạng 12):** Từ cơ bản đến vận dụng cao, sắp xếp theo tiến trình tăng dần độ khó để các em luyện đến đâu chắc đến đó.
- **Lời giải chi tiết chuẩn barem chấm thi Sở GD&ĐT Hà Nội:** Từng bước trình bày rõ ràng, mạch lạc, không nhảy bước, luôn ghi đầy đủ ĐKXĐ – đối chiếu ĐKXĐ – kết luận.
- **Hệ thống 3 lớp giá trị gia tăng của Thầy Thế Anh:** Mỗi bài đều đi kèm *Tư duy & Bí kíp giải nhanh* và *Cảnh báo bẫy mất điểm thường gặp*.
- **Kiểm chứng toán học tuyệt đối 2 lớp:** Toàn bộ 300 ý (a, b, c) của 100 bài đều đã được kiểm chứng kép bằng hệ thống tính toán đại số chính xác (SymPy) và quy trình kiểm duyệt sư phạm chặt chẽ.

HƯỚNG DẪN CÁCH TỰ HỌC HIỆU QUẢ NHẤT

1. **Bước 1:** Đọc kỹ *Phần I — Cẩm nang Phương pháp & 7 Bẫy Kinh Điển* để nắm chắc "vũ khí" trước khi vào bài.
2. **Bước 2:** Làm trước mỗi ngày 5 bài ở *Phần II (Tuyển tập Đề bài)*, bấm giờ tối đa 10–12 phút/bài (đúng tốc độ phòng thi).
3. **Bước 3:** So đáp án nhanh ở *Phần IV*, sau đó đối chiếu cách trình bày từng dòng ở *Phần III (Lời giải độc quyền)* để sửa triệt để lỗi trình bày.

Chúc các em ôn luyện bứt phá, tự tin bước vào phòng thi và đỗ rực rỡ Nguyện vọng 1!

Thầy Nguyễn Thế Anh

Hệ thống Toán Thầy Thế Anh – thaytheanh.com | Zalo hỗ trợ: 0986 683 218

CẤU TRÚC CUỐN SÁCH

MỤC LỤC TỔNG QUAN

MỞ ĐẦU	Lời nói đầu & Hướng dẫn lộ trình tự học lấy trọn 2,0 điểm
PHẦN I	Cẩm nang Phương pháp, Bảng Công thức Vàng, 7 Bẫy Kinh Điển & Mẹo Casio 15 giây
PHẦN II	Tuyển tập 100 Bài toán Câu II – Đề Hà Nội phân theo 6 Dạng (Đề bài tự luyện)
PHẦN III	LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỘC QUYỀN & PHÂN TÍCH TƯ DUY THẦY THẾ ANH (BÀI 1 – BÀI 100)
PHẦN IV	Bảng Tra Nhanh Đáp Án 100 Bài (Ý a, Ý b, Ý c)

Phân Bố 100 Bài Toán Theo 6 Dạng Trọng Tâm

Chuyên đề / Dạng toán (Theo ý c)	Phạm vi	Số lượng
DẠNG 7. TÌM x ĐỂ BIỂU THỨC NHẬN GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC (GIẢI PHƯƠNG TRÌNH)	Bài 1 – 10	10 bài
DẠNG 8. TÌM x THOẢ MÃN BẤT PHƯƠNG TRÌNH, TÌM x NGUYÊN	Bài 11 – 50	40 bài
DẠNG 9. SO SÁNH BIỂU THỨC, CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC	Bài 51 – 58	8 bài
DẠNG 10. TÌM x ĐỂ BIỂU THỨC NHẬN GIÁ TRỊ NGUYÊN	Bài 59 – 85	27 bài
DẠNG 11. TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT	Bài 86 – 99	14 bài
DẠNG 12. BÀI TOÁN CÓ THAM SỐ m	Bài 100	1 bài
TỔNG CỘNG TOÀN SÁCH	**Bài 1 – 100**	**100 bài**

QUY ƯỚC KÍ HIỆU & TRÌNH BÀY TRONG SÁCH

- **ĐKXĐ:** Điều kiện xác định của biểu thức; **TMĐK / KTMĐK:** Thỏa mãn / Không thỏa mãn điều kiện xác định.
- **ĐPCM:** Điều phải chứng minh; **GTLN / GTNN:** Giá trị lớn nhất / Giá trị nhỏ nhất.
- Mọi bài toán đều giữ nguyên văn đề gốc của các trường & Phòng GD Hà Nội; những lưu ý đặc biệt về điều kiện xác định của đề gốc được thầy chú thích rõ trong lời giải để học sinh hiểu bản chất.

THẦY THẾ ANH • 0986 683 218 • thaytheanh.com • Bản xem thử độc quyền

PHẦN I • CHIẾN THUẬT LẤY TRỌN 2,0 ĐIỂM

CẨM NANG PHƯƠNG PHÁP & BÍ KÍP ĐỘC QUYỀN THẦY THẾ ANH

1. Bảng Công Thức "Vàng" Thường Dùng Khi Rút Gọn (Ý b)

Dạng biểu thức hay gặp	Biến đổi chuẩn xác	Mẹo nhận diện nhanh
$x - a^2$ (với $x \geq 0$)	$(\sqrt{x} - a)(\sqrt{x} + a)$	Mẫu chung của $\sqrt{x} - a$ và $\sqrt{x} + a$
$a^2 - x$ (với $x \geq 0$)	$-(x - a^2) = -(\sqrt{x} - a)(\sqrt{x} + a)$	Đổi dấu **trước phân thức** để đồng bộ mẫu
$a - \sqrt{x}$	$-(\sqrt{x} - a)$	Tuyệt đối cẩn thận dấu trừ khi bỏ ngoặc
$x \pm a\sqrt{x}$	$\sqrt{x}(\sqrt{x} \pm a)$	Đặt nhân tử chung $\sqrt{x}$ ngay bước đầu
$x \pm 2a\sqrt{x} + a^2$	$(\sqrt{x} \pm a)^2$	Hằng đẳng thức bình phương của tổng/hiệu
$x + (a+b)\sqrt{x} + ab$	$(\sqrt{x} + a)(\sqrt{x} + b)$	Tách hạng tử giữa, ví dụ $x + \sqrt{x} - 6 = (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 3)$

2. Bản Đồ Chiến Thuật 6 Dạng Toán Trọng Tâm (Ý c)

DẠNG 7 • Giải phương trình tìm x (Bài 1 – 10)

Chiến thuật: Đặt $t = \sqrt{x}$ ($t \geq 0$, kèm ĐKXĐ). Quy đồng khử mẫu (khi mẫu đã khác 0 theo ĐKXĐ) đưa về phương trình bậc nhất hoặc bậc hai theo t. Với phương trình chứa $|P|$ hoặc $\sqrt{A} = \sqrt{B}$, luôn đặt điều kiện tồn tại trước khi bình phương hoặc phá trị tuyệt đối.

DẠNG 8 • Bất phương trình & Tìm x nguyên (Bài 11 – 50)

Chiến thuật: *Tuyệt đối không nhân chéo khi chưa biết dấu của mẫu!* Luôn **chuyển hết sang một vế rồi quy đồng** đưa về dạng $\dfrac{T(\sqrt{x})}{M(\sqrt{x})} \geq 0$ (hoặc $\leq 0, > 0, < 0$), sau đó xét dấu tử và mẫu. Với $|P| = P \Leftrightarrow P \geq 0$; $|P| + P = 0 \Leftrightarrow P \leq 0$; $|P| > P \Leftrightarrow P < 0$; $\sqrt{P} < a \Leftrightarrow 0 \leq P < a^2$ (với $a > 0$).

DẠNG 9 • So sánh biểu thức, chứng minh BĐT (Bài 51 – 58)

Chiến thuật: Muốn so sánh M với N (hoặc P với P^2, $\sqrt{P}$, $|P|$), ta **xét hiệu** $M-N$ rồi chứng minh hiệu đó luôn dương hoặc luôn âm dựa vào $\sqrt{x}\geq 0$ (hoặc >0). Để so sánh P và $\sqrt{P}$, chỉ cần xét dấu của $P(P-1)$ kết hợp điều kiện $P\geq 0$.

DẠNG 10 • Tìm x để biểu thức nhận giá trị nguyên (Bài 59 – 85)

Chiến thuật (PHÂN BIỆT RÕ 2 LOẠI ĐỀ!):

• *Loại 1 — Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để $P\in\mathbb{Z}$:* Chia đa thức tách phần nguyên $P=q+\dfrac{k}{M(\sqrt{x})}$, suy ra $M(\sqrt{x})\in \text{Ư}(k)$ (cẩn thận xét cả trường hợp $\sqrt{x}$ vô tỉ nếu cần chứng minh $\sqrt{x}\in\mathbb{Z}$).

• *Loại 2 — Tìm x (số thực!) để $P\in\mathbb{Z}$:* **KẸP GIÁ TRỊ** $a<P\leq b$ (hoặc $a\leq P<b$), suy ra các giá trị nguyên $P\in\mathbb{Z}$ nằm trong khoảng kẹp, rồi giải từng phương trình tìm x (có thể ra x phân số/vô tỉ!).

DẠNG 11 • Tìm GTLN – GTNN (Bài 86 – 99)

Chiến thuật: Có 3 "vũ khí" chủ lực: (1) *Đánh giá đơn điệu* từ $\sqrt{x}\geq 0$ khi mẫu dương; (2) *Bất đẳng thức Cô-si (AM–GM)* $a+b\geq 2\sqrt{ab}$ cho dạng $A\sqrt{x}+\dfrac{B}{\sqrt{x}}+C$ hoặc tách thêm bớt để khử căn; (3) *Đưa về bình phương không âm* hoặc *phương pháp miền giá trị* ($\Delta\geq 0$). Luôn chỉ rõ dấu "=" xảy ra tại x nào và đối chiếu ĐKXĐ!

DẠNG 12 • Bài toán chứa tham số m (Bài 100)

Chiến thuật: Đặt $t=\sqrt{x}$ với điều kiện chuẩn xác theo ĐKXĐ của x. Cô lập tham số m hoặc dùng định lý Vi-ét / xét dấu nghiệm của phương trình bậc hai ẩn t sao cho tồn tại nghiệm $t\geq 0$ (và khác các giá trị loại trừ của ĐKXĐ).

7 BẪY MẤT ĐIỂM KINH ĐIỂN CỦA SỞ GD&ĐT HÀ NỘI (PHẢI TRÁNH TUYỆT ĐỐI)

1. **Bẫy Ý a:** Không ghi dòng *"Thay $x=\ldots$ (thoả mãn ĐKXĐ) vào biểu thức A, ta được..."* — có thể bị trừ 0,25 điểm trình bày!
2. **Bẫy nhân chéo bất phương trình:** Khi gặp $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}\leq 3$, nhiều bạn nhân chéo ra $\sqrt{x}+1\leq 3(\sqrt{x}-2)$ mà quên rằng $\sqrt{x}-2$ chưa xác định dấu!
3. **Bẫy quên điều kiện không âm của căn:** Khi giải $\sqrt{P}<a$ hoặc $\sqrt{P}>P$, quên đặt điều kiện bổ sung $P\geq 0$ (hoặc $P>0$).
4. **Bẫy "Nguyên" vs "Tự nhiên" vs "Số nguyên tố" vs "Hợp số":**
   - x tự nhiên ($\mathbb{N}$): bắt đầu từ 0 ($0,1,2,3,\ldots$).
   - x nguyên dương ($\mathbb{N}^*$): bắt đầu từ 1.
   - Số nguyên tố: $2,3,5,7,11,\ldots$ (số 0 và 1 **không** phải số nguyên tố!).
   - Hợp số nhỏ nhất: là 4 ($0,1,2,3$ không phải hợp số!).
5. **Bẫy đọc nhầm đề Dạng 10:** Nhầm giữa *"Tìm x nguyên để P nguyên"* (dùng ước số) với *"Tìm x để P nguyên"* (phải dùng phương pháp kẹp giá trị, vì x có thể là phân số!).
6. **Bẫy điều kiện phụ ở biểu thức mới:** Khi đề đặt $P=A:B=\dfrac{A}{B}$, ngoài ĐKXĐ ban đầu còn phải kiểm tra thêm $B\neq 0$!
7. **Bẫy quên đối chiếu ĐKXĐ cuối bài:** Giải ra $x=0,1,4,9$ nhưng quên loại các giá trị vi phạm ĐKXĐ như $x>0$ (loại 0), $x\neq 1$, $x\neq 4$, $x\neq 9$!

BÍ KÍP KIỂM TRA LẠI BẰNG CASIO 580VNX / 880BTG TRONG 15 GIÂY

Kiểm tra Ý b (Rút gọn): Nhập nguyên biểu thức `(Đề bài) - (Kết quả rút gọn)` vào máy, nhấn `CALC` với $x = 1{,}23$ hoặc $x = 5{,}67$ (số lẻ thỏa mãn ĐKXĐ). Nếu máy ra 0 (hoặc số cỡ 10^{-12}) → Rút gọn **CHẮC CHẮN ĐÚNG 100%**!

Kiểm tra Ý c (Nghiệm / BPT / GTLN–GTNN): Thay nghiệm vừa tìm vào kiểm tra lại dấu phương trình/BPT; với bài tìm x nguyên hoặc GTLN/GTNN, dùng chế độ `TABLE (MENU 8)` chạy thử x từ 0 đến 20 (bước nhảy 1) để quan sát trực quan giá trị $P(x)$ ngay trong 10 giây!

THẦY THẾ ANH • 0986 683 218 thaytheanh.com • Bản xem thử độc quyền

PHẦN II (TRÍCH MẪU) • 12/100 BÀI ĐẠI DIỆN ĐỦ 6 DẠNG

TRÍCH ĐỀ BÀI TỰ LUYỆN TỪ ĐỀ CÁC TRƯỜNG TOP ĐẦU HÀ NỘI

DẠNG 7. TÌM x ĐỂ BIỂU THỨC NHẬN GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC (GIẢI PHƯƠNG TRÌNH)

☐ **Bài 1.** *[PGD Cầu Giấy – Đề minh hoạ đợt 1: THCS Nguyễn Bỉnh Khiêm (NBK Rubik) – Đề 01, năm học 2024 – 2025]*

Cho biểu thức $A=\dfrac{x-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}-\dfrac{4}{x-1}$ (với $x\ge 0; x\ne 1$).

a) Tính giá trị của A khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Đặt $P=A\cdot B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P=\dfrac{7}{4}$.

☐ **Bài 8.** *[THCS Dịch Vọng Hậu (P. Cầu Giấy), năm học 2025 – 2026]*

Với $x\ge 0; x\ne 1; x\ne 4$, cho hai biểu thức $A=(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)$ và $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}-\dfrac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\dfrac{1}{121}$.

b) Rút gọn B.

c) Tìm x thỏa mãn $2P=1-\sqrt{x}$ với $P=A\cdot B$.

DẠNG 8. TÌM x THOẢ MÃN BẤT PHƯƠNG TRÌNH, TÌM x NGUYÊN

☐ **Bài 11.** *[THCS Việt Nam – Angiêri (Q. Thanh Xuân) – Đề minh hoạ số 1 ôn thi vào 10, năm học 2025 – 2026]*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\dfrac{2}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{x+4\sqrt{x}+3}{x-9}$ với $x\ge 0; x\ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm tất cả giá trị của x thỏa mãn $P=A\cdot B\le 0$.

☐ **Bài 33.** *[THCS Chương Dương (Hoàn Kiếm), năm học 2024 – 2025]*

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{2x}{x-9}$ và $B=\dfrac{x+16}{\sqrt{x}-3}$ (với $x\ge 0, x\ne 9$).

a) Tính giá trị của biểu thức B tại $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Tìm giá trị nguyên của x để $B\le 8A$.

DẠNG 9. SO SÁNH BIỂU THỨC, CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC

☐ **Bài 51.** *[Bộ đề chuẩn hoá GV Toán huyện Đan Phượng 2024–2025 – Đề số 23, năm học 2024 – 2025]*

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{x-2}{x+2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0;x\neq 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\dfrac{1}{4}$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) So sánh AB với 1.

☐ **Bài 55.** *[THCS Lê Ngọc Hân (P. Hai Bà Trưng) – KSCL tháng 4 (Bài số 14, 29/4/2026), năm học 2025 – 2026]*

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\dfrac{10\sqrt{x}}{x-25}-\dfrac{5}{\sqrt{x}+5}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}$ với $x\geq 0,x\neq 25$.

a) Tính giá trị biểu thức B khi $x=36$.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Đặt $P=A\cdot B$. So sánh P với $\sqrt{P}$ khi $\sqrt{P}$ xác định.

DẠNG 10. TÌM x ĐỂ BIỂU THỨC NHẬN GIÁ TRỊ NGUYÊN

☐ **Bài 64.** *[PGD Chương Mỹ, năm học 2024 – 2025]*

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{2x-3\sqrt{x}+6}{x-4}$, với $x>0,x\neq 4$.

a) Tính giá trị của A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A\cdot B$ có giá trị nguyên.

☐ **Bài 71.** *[THCS Nghĩa Tân (P. Nghĩa Đô), năm học 2025 – 2026]*

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{5}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{3x+2\sqrt{x}}{x-4}$ với $x\geq 0;x\neq 4$.

a) Tính giá trị của A tại $x=25$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$.

c) Cho $P=A\cdot B$. Tìm giá trị x để P có giá trị là số nguyên tố.

THẦY THẾ ANH • 0986 683 218 • thaytheanh.com • Bản xem thử độc quyền

DẠNG 11. TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

☐ **Bài 86.** *[THCS Thượng Thanh (P. Việt Hưng) – KS tháng 4 tuần 3 (25/04/2026), năm học 2025 – 2026]*

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{5\sqrt{x}-2}{4-x}$ với $x\geq 0; x\neq 4$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=9$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Đặt $P=A\cdot B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

☐ **Bài 97.** *[PGD Cầu Giấy – Đề minh họa đợt 1: THCS & THPT Lương Thế Vinh – Đề 01, năm học 2024 – 2025]*

Cho các biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$; $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}+\dfrac{x+8\sqrt{x}+3}{x-9}$ với $x>0; x\neq 9$.

a) Tính giá trị của A khi $x=25$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho x là số nguyên, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=A\cdot B$.

☐ **Bài 99.** *[THCS Bế Văn Đàn (P. Đống Đa), năm học 2025 – 2026]*

Cho hai biểu thức $P=\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ và $Q=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ với $x\geq 0$ và $x\neq 4; x\neq 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức Q tại $x=16$.

b) Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

c) Với $x\in\mathbb{N}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $K=Q\cdot(P-1)$.

DẠNG 12. BÀI TOÁN CÓ THAM SỐ m

☐ **Bài 100.** *[Bộ đề chuẩn hoá GV Toán huyện Đan Phượng 2024–2025 – Đề số 2, năm học 2024 – 2025]*

Cho biểu thức $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x\geq 0, x\neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức B tại $x=16$;

b) Rút gọn biểu thức $P=A:B$;

c) Tìm m để phương trình $P(\sqrt{x}+2)=m$ có nghiệm.

CÒN 88 BÀI TOÁN KHÁC TRONG BẢN ĐẦY ĐỦ 139 TRANG PDF

Bản đầy đủ tổng hợp trọn vẹn **100 bài toán mới nhất (2024 – 2026)** từ Chuyên Amsterdam, Chu Văn An, Cầu Giấy, Yên Hòa, Trưng Vương, Đống Đa, Nguyễn Trường Tộ, Thăng Long, Việt Nam – Angiêri, Giảng Võ, Nghĩa Tân... kèm bảng theo dõi tiến độ tự luyện.

PHẦN III (TRÍCH MẪU) • 6/100 LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỘC QUYỀN

TRẢI NGHIỆM CHẤT LƯỢNG LỜI GIẢI CHUẨN BAREM HÀ NỘI

DẠNG 7. TÌM x ĐỂ BIỂU THỨC NHẬN GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC (GIẢI PHƯƠNG TRÌNH)

BÀI 1

PGD Cầu Giấy – Đề minh hoạ đợt 1: THCS Nguyễn Bỉnh Khiêm (NBK Rubik) – Đề 01, năm học 2024 – 2025

Cho biểu thức $A=\dfrac{x-2}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}-\dfrac{4}{x-1}$ (với $x\ge 0; x\ne 1$).

a) Tính giá trị của A khi $x=16$.

Thay $x=16$ (thỏa mãn ĐKXĐ $x\ge 0; x\ne 1$) vào biểu thức A, ta có:

$$A=\frac{16-2}{\sqrt{16}+2}=\frac{14}{4+2}=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}.$$

Vậy $A=\dfrac{7}{3}$ khi $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức B.

Với ĐKXĐ $x\ge 0; x\ne 1$, ta có:

$$\begin{aligned}B&=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{2}{1-\sqrt{x}}-\frac{4}{x-1}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{\sqrt{x}-1}-\frac{4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\\&=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)+2(\sqrt{x}+1)-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{x-\sqrt{x}+2\sqrt{x}+2-4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\\&=\frac{x+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}.\end{aligned}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0; x\ne 1$.

c) Đặt $P=A\cdot B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P=\dfrac{7}{4}$.

Với $x\ge 0; x\ne 1$, ta có $P=A\cdot B=\dfrac{x-2}{\sqrt{x}+2}\cdot\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{x-2}{\sqrt{x}+1}$.

Để $P=\dfrac{7}{4}$ ta có phương trình:

$$\begin{aligned}&\frac{x-2}{\sqrt{x}+1}=\frac{7}{4}\Leftrightarrow 4(x-2)=7(\sqrt{x}+1)\Leftrightarrow 4x-7\sqrt{x}-15=0\\&\Leftrightarrow 4x-12\sqrt{x}+5\sqrt{x}-15=0\Leftrightarrow(\sqrt{x}-3)(4\sqrt{x}+5)=0.\end{aligned}$$

Vì $\sqrt{x}\ge 0$ với mọi $x\ge 0$ nên $4\sqrt{x}+5\ge 5>0$. Do đó:

$$\sqrt{x}-3=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=3\Leftrightarrow x=9 \text{ (thỏa mãn ĐKXĐ và } x\in\mathbb{Z}).$$

Vậy $x=9$ là giá trị nguyên cần tìm để $P=\dfrac{7}{4}$.

★ TƯ DUY & BÍ KÍP THẦY THẾ ANH

Ở ý b, thấy ngay mẫu $1-\sqrt{x}$ ngược dấu với $\sqrt{x}-1$ nên đổi dấu $-\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}=+\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$ trước khi quy đồng để tránh nhầm dấu hàng loạt. Sang ý c, rút gọn $P=\dfrac{x-2}{\sqrt{x}+1}$ rồi nhân chéo thành phương trình bậc hai theo ẩn $\sqrt{x}$, có thể nhẩm nhanh bằng Casio chế độ giải phương trình bậc hai (Mode 9-2-2) để tách nhân tử $(\sqrt{x}-3)(4\sqrt{x}+5)=0$.

⚠ BẪY MẤT ĐIỂM CẦN TRÁNH

Học sinh hay quên đổi dấu khi đưa $1-\sqrt{x}$ về $\sqrt{x}-1$, hoặc giải ra $\sqrt{x}=-\dfrac{5}{4}$ vẫn bình phương lên lấy $x=\dfrac{25}{16}$ (sai cả điều kiện $\sqrt{x}\geq 0$ lẫn điều kiện x nguyên).

DẠNG 8. TÌM x THOẢ MÃN BẤT PHƯƠNG TRÌNH, TÌM x NGUYÊN

BÀI 33

THCS Chương Dương (Hoàn Kiếm), năm học 2024 – 2025

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{2x}{x-9}$ và $B=\dfrac{x+16}{\sqrt{x}-3}$ (với $x\geq 0, x\neq 9$).

a) Tính giá trị của biểu thức B tại $x=4$.

Với $x=4$ (thỏa mãn ĐKXĐ $x\geq 0, x\neq 9$), ta có $\sqrt{x}=\sqrt{4}=2$.

Thay $x=4$ và $\sqrt{x}=2$ vào biểu thức B, ta được:

$$B=\frac{4+16}{2-3}=\frac{20}{-1}=-20.$$

Vậy tại $x=4$ thì $B=-20$.

b) Rút gọn biểu thức A.

Với $x\geq 0, x\neq 9$, phân tích $x-9=(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)$ và quy đồng mẫu thức cho A:

$$A=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)-2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$
$$=\frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$$

Vậy $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x\geq 0, x\neq 9$.

THẦY THẾ ANH • 0986 683 218 • thaytheanh.com • Bản xem thử độc quyền

c) Tìm giá trị nguyên của x để $B \le 8A$.

Với $x \ge 0, x \ne 9$, ta có:

$$B \le 8A \Leftrightarrow B - 8A \le 0 \Leftrightarrow \frac{x+16}{\sqrt{x}-3} - \frac{8\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-8\sqrt{x}+16}{\sqrt{x}-3} \le 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-4)^2}{\sqrt{x}-3} \le 0.$$

Vì $(\sqrt{x}-4)^2 \ge 0$ với mọi $x \ge 0$, ta xét hai trường hợp:

Trường hợp 1: $(\sqrt{x}-4)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$ (thỏa mãn ĐKXĐ, khi đó $B - 8A = 0 \le 0$).

Trường hợp 2: $(\sqrt{x}-4)^2 > 0 \Leftrightarrow x \ne 16$. Khi đó $\frac{(\sqrt{x}-4)^2}{\sqrt{x}-3} \le 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 3 \Leftrightarrow x < 9$.

Kết hợp với $x \ne 16$ và ĐKXĐ $x \ge 0, x \ne 9$, ta được $0 \le x < 9$.

Gộp cả hai trường hợp, ta có $0 \le x < 9$ hoặc $x = 16$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 16\}$.

Vậy các giá trị nguyên của x để $B \le 8A$ là $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 16\}$.

★ TƯ DUY & BÍ KÍP THẦY THẾ ANH

So sánh ngay với Bài 23 – 25: ở đó dấu là ngặt (<0) nên phải LOẠI nghiệm tử, còn ở Bài 33 dấu là không ngặt (≤ 0) nên PHẢI GIỮ nghiệm cô lập $x = 16$ của tử $(\sqrt{x}-4)^2 = 0$! Đồng thời chú ý đề câu a hỏi tính B (không phải A), đọc kỹ đề trước khi đặt bút.

⚠ BẪY MẤT ĐIỂM CẦN TRÁNH

Sập bẫy kép: mất nghiệm cô lập $x = 16$ do quên dấu '=' trong ≤ 0, và ở câu a nhiều bạn theo thói quen thay $x = 4$ vào A thay vì B!

DẠNG 9. SO SÁNH BIỂU THỨC, CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC

BÀI 55

THCS Lê Ngọc Hân (P. Hai Bà Trưng) – KSCL tháng 4 (Bài số 14, 29/4/2026), năm học 2025 – 2026

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}$ với $x \ge 0, x \ne 25$.

a) Tính giá trị biểu thức B khi $x = 36$.

Thay $x = 36$ (thỏa mãn điều kiện $x \ge 0, x \ne 25$) vào biểu thức B, ta có:

$$B = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{36}-5} = \frac{6}{6-5} = 6.$$

Vậy với $x = 36$ thì $B = 6$.

b) Rút gọn biểu thức A.

Với $x \geq 0, x \neq 25$, ta có:

$$A = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5) - 10\sqrt{x} - 5(\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}$$

$$A = \frac{x + 5\sqrt{x} - 10\sqrt{x} - 5\sqrt{x} + 25}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{x - 10\sqrt{x} + 25}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)}$$

$$A = \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5}.$$

Vậy $A = \dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5}$.

c) Đặt $P = A \cdot B$. So sánh P với $\sqrt{P}$ khi $\sqrt{P}$ xác định.

Với $x \geq 0, x \neq 25$, ta có:

$$P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}.$$

Vì $\sqrt{x} \geq 0$ và $\sqrt{x}+5 > 0$ nên $P \geq 0$ với mọi $x \geq 0, x \neq 25$; do đó $\sqrt{P}$ luôn xác định trên toàn điều kiện xác định.

Xét hiệu: $P - \sqrt{P} = \sqrt{P}(\sqrt{P} - 1)$.

Ta có: $P - 1 = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} - 1 = \dfrac{-5}{\sqrt{x}+5} < 0 \Rightarrow P < 1 \Rightarrow \sqrt{P} < 1 \Rightarrow \sqrt{P} - 1 < 0$.

Trường hợp 1: Với $x = 0$ (thỏa mãn điều kiện xác định), ta có $P = 0 \Rightarrow \sqrt{P} = 0$, suy ra $P = \sqrt{P}$.

Trường hợp 2: Với $x > 0, x \neq 25$, ta có $P > 0 \Rightarrow \sqrt{P} > 0$. Mà $\sqrt{P} - 1 < 0$ nên $\sqrt{P}(\sqrt{P}-1) < 0 \Rightarrow P < \sqrt{P}$.

Vậy với $x = 0$ thì $P = \sqrt{P}$; với $x > 0, x \neq 25$ thì $P < \sqrt{P}$ (nói chung $P \leq \sqrt{P}$).

★ TƯ DUY & BÍ KÍP THẦY THẾ ANH

Mỗi khi so sánh P với $\sqrt{P}$ (hoặc P với P^2), hãy đặt nhân tử chung $\sqrt{P}(\sqrt{P}-1)$ và PHẢI soi ngay điểm biên $x = 0$ xem P có bằng 0 hay không. Chia rõ 2 trường hợp $x = 0$ ($P = \sqrt{P}$) và $x > 0, x \neq 25$ ($P < \sqrt{P}$) là cách ăn trọn điểm chuẩn barem Hà Nội.

⚠ BẪY MẤT ĐIỂM CẦN TRÁNH

Bẫy mất 0,25 điểm kinh điển: 80% học sinh viết $0 \leq P < 1 \Rightarrow P < \sqrt{P}$ mà quên mất tại $x = 0$ (vẫn nằm trong ĐKXĐ $x \geq 0$) thì $P = \sqrt{P} = 0$!

DẠNG 10. TÌM x ĐỂ BIỂU THỨC NHẬN GIÁ TRỊ NGUYÊN

BÀI 64

PGD Chương Mỹ, năm học 2024 – 2025

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{2x-3\sqrt{x}+6}{x-4}$, với $x>0, x\neq 4$.

a) Tính giá trị của A khi $x=9$.

Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện $x>0, x\neq 4$) vào biểu thức A, ta có:

$$A=\frac{9-7}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}.$$

Vậy với $x=9$ thì $A=\dfrac{2}{3}$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

Với $x>0, x\neq 4$, ta có:

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{2x-3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B=\frac{3(\sqrt{x}-2)-\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+2x-3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$B=\frac{3\sqrt{x}-6-x-2\sqrt{x}+2x-3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}.$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ (đpcm).

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A\cdot B$ có giá trị nguyên.

Với $x>0, x\neq 4$, ta có:

$$P=A\cdot B=\frac{x-7}{\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\frac{x-7}{\sqrt{x}+2}.$$

Giả sử $P=k\in\mathbb{Z}$. Khi đó: $x-7=k(\sqrt{x}+2)\Leftrightarrow k\sqrt{x}=x-7-2k$.

Trường hợp 1: $k=0\Leftrightarrow P=0\Leftrightarrow x-7=0\Leftrightarrow x=7$. Giá trị $x=7$ là số nguyên và thỏa mãn điều kiện $x>0, x\neq 4$ (khi đó $P=0\in\mathbb{Z}$).

Trường hợp 2: $k\neq 0\Rightarrow\sqrt{x}=\dfrac{x-7-2k}{k}\in\mathbb{Q}$. Vì $x\in\mathbb{Z}, x>0$ và $\sqrt{x}\in\mathbb{Q}$ nên $\sqrt{x}\in\mathbb{N}^*$.

Ta tách: $P=\dfrac{(x-4)-3}{\sqrt{x}+2}=\sqrt{x}-2-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}$.

Vì $\sqrt{x}-2\in\mathbb{Z}$, để $P\in\mathbb{Z}$ thì $\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}\in\mathbb{Z}$, suy ra $\sqrt{x}+2$ là ước của 3.

Mà $x>0\Rightarrow\sqrt{x}>0\Rightarrow\sqrt{x}+2>2$, nên chỉ có $\sqrt{x}+2=3\Leftrightarrow\sqrt{x}=1\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện xác định, khi đó $P=-2$).

Vậy tất cả các giá trị nguyên của x cần tìm là $x\in\{1;7\}$.

★ TƯ DUY & BÍ KÍP THẦY THẾ ANH

Đây là siêu phẩm phân loại cực hay của đề Chương Mỹ: khi $P=\dfrac{x-7}{\sqrt{x}+2}$ có bậc tử là x (hữu tỉ khi $x\in\mathbb{Z}$) và mẫu chứa $\sqrt{x}$, LUÔN phải xét riêng trường hợp tử bằng 0 ($P=0\Leftrightarrow x=7$) trước khi rút $\sqrt{x}$ hữu tỉ! Chỉ khi $P=k\neq 0$ ta mới có quyền chia cho k để suy ra $\sqrt{x}\in\mathbb{N}$ rồi mới dùng ước của 3.

⚠ BẪY MẤT ĐIỂM CẦN TRÁNH

Cái bẫy "sát thủ" khiến đến 90% học sinh mất nửa số điểm câu c: tách thẳng $P=\sqrt{x}-2-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}$ rồi vội cho $\sqrt{x}+2$ là ước của 3 nên chỉ tìm ra $x=1$ mà bỏ sót nghiệm nguyên $x=7$ (với $x=7$, tuy $\sqrt{7}$ vô tỉ nhưng $P=\dfrac{0}{\sqrt{7}+2}=0$ vẫn nguyên)!

DẠNG 11. TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

BÀI 97

PGD Cầu Giấy – Đề minh họa đợt 1: THCS & THPT Lương Thế Vinh – Đề 01, năm học 2024 – 2025

Cho các biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$; $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}+\dfrac{x+8\sqrt{x}+3}{x-9}$ với $x>0;x\neq 9$.

a) Tính giá trị của A khi $x=25$.

Thay $x=25$ (thỏa mãn ĐKXĐ $x>0;x\neq 9$) vào biểu thức A, ta có:

$$A=\frac{\sqrt{25}+2}{\sqrt{25}}=\frac{5+2}{5}=\frac{7}{5}.$$

Vậy khi $x=25$ thì $A=\dfrac{7}{5}$.

b) Rút gọn biểu thức B.

Với $x>0;x\neq 9$, ta đổi dấu ở phân thức thứ hai $\dfrac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}=-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ và phân tích $x-9=(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)$:

$$B=\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)-\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)+x+8\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B=\frac{x-2\sqrt{x}-3-x-3\sqrt{x}+x+8\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x>0;x\neq 9$.

THẦY THẾ ANH • 0986 683 218 • thaytheanh.com • Bản xem thử độc quyền

c) Cho x là số nguyên, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A \cdot B$.

Với $x > 0; x \neq 9$, ta có:

$$P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} = \frac{(\sqrt{x}-3)+5}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}-3}.$$

Để tìm GTLN của P với $x \in \mathbb{Z}; x > 0; x \neq 9$, ta chia hai miền theo dấu của mẫu $\sqrt{x}-3$:

Trường hợp 1: $0 < x < 9 \Rightarrow \sqrt{x}-3 < 0 \Rightarrow \dfrac{5}{\sqrt{x}-3} < 0 \Rightarrow P = 1 + \dfrac{5}{\sqrt{x}-3} < 1.$

Trường hợp 2: $x > 9 \Rightarrow \sqrt{x}-3 > 0 \Rightarrow \dfrac{5}{\sqrt{x}-3} > 0 \Rightarrow P = 1 + \dfrac{5}{\sqrt{x}-3} > 1.$

Do đó P đạt GTLN ở Trường hợp 2 ($x > 9$). Vì $x \in \mathbb{Z}$ và $x > 9$ nên $x \geq 10$, suy ra:

$$\sqrt{x} \geq \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{x}-3 \geq \sqrt{10}-3 > 0 \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{x}-3} \leq \frac{5}{\sqrt{10}-3} = 5(\sqrt{10}+3).$$

Suy ra $P = 1 + \dfrac{5}{\sqrt{x}-3} \leq 1 + 5(\sqrt{10}+3) = 16 + 5\sqrt{10}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 10$ (thỏa mãn $x \in \mathbb{Z}; x > 0; x \neq 9$).

Vậy với x là số nguyên, giá trị lớn nhất của P là $16 + 5\sqrt{10}$, đạt được khi $x = 10$.

★ TƯ DUY & BÍ KÍP THẦY THẾ ANH

Đây là bài toán "vua" của Kiểu 2 — kỹ thuật chia hai miền âm/dương qua điểm loại $x = 9$! Khi mẫu $\sqrt{x}-3$ đổi dấu tại $x = 9$, tuyệt đối không được đánh giá trực tiếp trên toàn miền $x \geq 1$, mà phải tách $0 < x < 9$ ($P < 1$) với $x > 9$ ($P > 1$), rồi chốt GTLN ngay tại số nguyên sát trên điểm loại là $x = 10$.

⚠ BẪY MẤT ĐIỂM CẦN TRÁNH

Cạm bẫy kinh điển khiến 80% học sinh trung bình mất điểm: không xét dấu mẫu $\sqrt{x}-3$, vội lấy ngay $x = 1$ (ra $P = -\dfrac{3}{2}$) hoặc chỉ thử số chính phương $x = 16$ (ra $P = 6$), trong khi $x = 10$ cho $16 + 5\sqrt{10} \approx 31{,}81$ lớn hơn gấp nhiều lần!

DẠNG 12. BÀI TOÁN CÓ THAM SỐ m

BÀI 100

Bộ đề chuẩn hoá GV Toán huyện Đan Phượng 2024–2025 – Đề số 2, năm học 2024 – 2025

Cho biểu thức $A = \dfrac{3\sqrt{x}}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức B tại $x = 16$;

Thay $x = 16$ (thỏa mãn ĐKXĐ $x \geq 0; x \neq 4$) vào biểu thức B, ta có:

$$B = \frac{2}{\sqrt{16}-2} = \frac{2}{4-2} = \frac{2}{2} = 1.$$

Vậy khi $x = 16$ thì $B = 1$.

b) Rút gọn biểu thức $P = A : B$;

Với $x \geq 0; x \neq 4$, ta rút gọn biểu thức A trước:

$$A = \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{3\sqrt{x}+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{4\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2(2\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}.$$

Vì $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} \neq 0$ với mọi $x \geq 0; x \neq 4$ nên ta tính được $P = A : B$:

$$P = \frac{2(2\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{2} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}.$$

Vậy $P = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

c) Tìm m để phương trình $P(\sqrt{x}+2) = m$ có nghiệm.

Với ĐKXĐ $x \geq 0; x \neq 4$, phương trình $P(\sqrt{x}+2) = m$ trở thành:

$$\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} \cdot (\sqrt{x}+2) = m \Leftrightarrow 2\sqrt{x}-1 = m \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{m+1}{2}.$$

Phương trình đã cho có nghiệm x thỏa mãn ĐKXĐ ($x \geq 0$ và $x \neq 4$) khi và chỉ khi giá trị $\sqrt{x} = \frac{m+1}{2}$ thỏa mãn hệ điều kiện $\sqrt{x} \geq 0$ và $\sqrt{x} \neq 2$, tức là:

$$\begin{cases} \frac{m+1}{2} \geq 0 \\ \frac{m+1}{2} \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \geq 0 \\ m+1 \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \neq 3. \end{cases}$$

Vậy với $m \geq -1$ và $m \neq 3$ thì phương trình $P(\sqrt{x}+2) = m$ có nghiệm.

★ TƯ DUY & BÍ KÍP THẦY THẾ ANH

Bí quyết ăn trọn điểm Dạng 12 (bài toán tham số m): cô lập ngay $\sqrt{x}$ theo m, rồi dịch toàn bộ ĐKXĐ của x sang hệ điều kiện của $\sqrt{x}$ (cả điều kiện không âm $\sqrt{x} \geq 0$ lẫn mọi giá trị loại như $\sqrt{x} \neq 2$)! Làm theo đúng hai dòng hệ này thì không bao giờ sót điều kiện loại tham số.

⚠ BẪY MẤT ĐIỂM CẦN TRÁNH

Cạm bẫy kinh điển của bài toán tham số m: chỉ giải $\frac{m+1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -1$ mà quên điều kiện $\frac{m+1}{2} \neq 2 \Leftrightarrow m \neq 3$ (khi $m = 3$ cho $x = 4$, vi phạm ĐKXĐ nên phương trình thực chất vô nghiệm), bị trừ ngay nửa số điểm câu c!

SỞ HỮU NGAY BẢN ĐẦY ĐỦ 139 TRANG PDF (100 BÀI + 300 Ý GIẢI CHI TIẾT + BẢNG ĐÁP ÁN)

Giá ưu đãi: 150.000đ / cuốn PDF sắc nét (Giá gốc ~~250.000đ~~) — Tặng kèm quyền tham gia **Nhóm Zalo Hỏi Bài trực tiếp cùng Thầy Thế Anh**.

Chuyển khoản nhanh: Ngân hàng **Vietcombank** • STK: **9986683218** • Chủ TK: **NGUYỄN THẾ ANH** • Nội dung: **RG100HN + SĐT của bạn**.

Sau khi chuyển khoản, gửi ảnh biên lai qua **Zalo 0986 683 218** để nhận link tải Bản Đầy Đủ 139 trang ngay trong 2 phút!