BỘ SÁCH LUYỆN ĐỀ CHUYÊN SÂU • KỲ THI ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC (ĐHQG HÀ NỘI)

BỘ 10 ĐỀ THI THỬ HSA TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU

TRỌN BỘ 10 ĐỀ — Đề số 01 đến Đề số 10

Bám sát cấu trúc mới 2025 – 2026 • 50 câu / đề • 75 phút • Kèm chùm câu Xử lý số liệu

- ✓ **TRỌN BỘ 10 ĐỀ**: Đề số 01 đến Đề số 10 (tổng cộng **500 câu hỏi** chuẩn cấu trúc đề tham khảo HSA ĐHQG Hà Nội).
- ✓ Kết hợp chuẩn xác **35 câu Trắc nghiệm 4 lựa chọn** & **15 câu Điền đáp án** xen kẽ theo cấu trúc thi thật.
- ✓ Mỗi đề đều có **bảng số liệu / biểu đồ trực quan** và **chùm 3 câu thực tế liên hoàn (Câu 48 – 50)**.
- ✓ Khai thác từ kho học liệu **ToanMath THPT** (Lớp 10, 11, 12 theo GDPT 2018), kèm lời giải chi tiết & mẹo giải nhanh.
- ✓ Đã kiểm tra chéo 100% đáp số bằng hệ thống kiểm chứng toán học tự động (SymPy) & rà soát độc lập.

Quy chuẩn biên soạn & Kiểm định chất lượng: Toàn bộ công thức toán học được chế bản chuẩn LaTeX/KaTeX sắc nét, không lỗi font tiếng Việt, không lỗi ký hiệu. Mỗi câu hỏi đều trải qua hai vòng rà soát độc lập và kiểm thử bằng tính toán hình thức trước khi xuất bản.

BIÊN SOẠN & BẢN QUYỀN

Thầy Thế Anh

Điện thoại / Zalo: **0986 683 218**

Website: **thaytheanh.com** • **vipstudy.vn**

Quét mã QR để nhắn Zalo cho thầy hoặc tham gia nhóm học tập: hỏi đáp bài tập trong sách, cập nhật thêm đề thi thử TSA – HSA mới nhất.

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

LỜI NÓI ĐẦU & CHIẾN THUẬT PHÒNG THI HSA

Các em học sinh thân mến,

Phần thi thứ nhất **Toán học và Xử lý số liệu** trong kỳ thi Đánh giá năng lực (HSA) của Đại học Quốc gia Hà Nội theo cấu trúc mới (áp dụng từ năm 2025 – 2026) gồm **50 câu hỏi làm trong 75 phút**, bao gồm **35 câu trắc nghiệm 4 lựa chọn** và **15 câu điền đáp án vào ô trống**. Đề thi trải rộng toàn bộ chương trình GDPT 2018 (Toán 10, Toán 11 và trọng tâm Toán 12), đặc biệt chú trọng toán thực tế, xác suất có điều kiện – Bayes, thống kê mẫu ghép nhóm và **chùm câu hỏi xử lý số liệu bảng biểu / biểu đồ**.

Bộ sách **10 Đề thi thử HSA — Toán học & Xử lý số liệu** do **Thầy Thế Anh** biên soạn dựa trên Đề tham khảo chính thức của ĐHQG Hà Nội và kho học liệu ToanMath THPT. Toàn bộ 500 câu hỏi đều có **Lời giải chi tiết**, kiểm định chéo đáp số chặt chẽ và hệ thống nhận xét cô đọng.

CHIẾN THUẬT PHÂN BỔ 75 PHÚT LÀM BÀI HSA

Chặng thời gian	Mục tiêu xử lý	Lưu ý chiến thuật
Phút 00 – 30	Hoàn thành nhanh 28–30 câu nền tảng (Toán 10–11–12 mức NB–TH)	Chú ý các câu điền đáp án xen kẽ: đọc kỹ yêu cầu làm tròn (hàng phần mười, phần trăm hay số nguyên).
Phút 30 – 55	Xử lý nhóm câu Vận dụng, Xác suất – Thống kê & Chùm Câu 48–50	Với chùm câu Xử lý số liệu, đọc kỹ tiêu đề bảng/biểu đồ và đơn vị đo trước khi tính tỷ lệ %.
Phút 55 – 75	Giải quyết 5–6 câu Vận dụng cao (Tối ưu, Oxyz, Tích phân, Tổ hợp) & rà soát	Thử lại đáp số câu điền khuyết bằng cách thay ngược hoặc ước lượng độ lớn thực tế.

MỤC LỤC TRỌN BỘ 10 ĐỀ

Mã đề	Nội dung (Đề thi + Bảng đáp án + Lời giải chi tiết)	Quy mô	Cơ cấu câu hỏi
Đề 01	**ĐỀ THI THỬ SỐ 01 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)
Đề 02	**ĐỀ THI THỬ SỐ 02 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)
Đề 03	**ĐỀ THI THỬ SỐ 03 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)
Đề 04	**ĐỀ THI THỬ SỐ 04 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)
Đề 05	**ĐỀ THI THỬ SỐ 05 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)
Đề 06	**ĐỀ THI THỬ SỐ 06 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)
Đề 07	**ĐỀ THI THỬ SỐ 07 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)
Đề 08	**ĐỀ THI THỬ SỐ 08 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)
Đề 09	**ĐỀ THI THỬ SỐ 09 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)
Đề 10	**ĐỀ THI THỬ SỐ 10 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)**	50 câu / 75 phút	35 Trắc nghiệm • 15 Điền đáp án (kèm chùm Xử lý số liệu)

ĐỀ THI THỬ SỐ 01 — TOÁN HỌC & XỬ LÝ SỐ LIỆU (HSA)

HSA • ĐỀ SỐ 01

Môn / Phần thi: Toán học & Xử lý số liệu (ĐHQG Hà Nội) **Thời gian:** 75 phút | **Số câu:** 50 câu

Câu 1. Điền đáp án Một guồng quay nước có bán kính 10 m quay đều theo chiều ngược chiều kim đồng hồ, tâm guồng ở độ cao 12 m so với mặt nước. Độ cao $h(t)$ (mét) của một gàu nước tính theo thời gian t (giây, $t \geqslant 0$) được mô hình hóa bởi công thức $h(t) = 12 - 10\cos\left(\dfrac{\pi}{15}t\right)$. Hỏi trong chu kì quay đầu tiên ($0 \leqslant t \leqslant 30$), thời điểm đầu tiên gàu nước đạt độ cao 17 m là giây thứ bao nhiêu (nhập đáp án vào ô trống)?

Đáp án: .....

Câu 2. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-8;8]$ để bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m - 3 < 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x là:

A. 7 **B.** 8 **C.** 9 **D.** 10

Câu 3. Một doanh nghiệp trả lương khởi điểm cho kỹ sư mới là 180 triệu đồng trong năm đầu tiên. Từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương tăng thêm 18 triệu đồng cho đến khi đạt mức trần 360 triệu đồng/năm thì giữ ổn định ở mức đó. Tổng số tiền lương (triệu đồng) kỹ sư này nhận được trong 15 năm làm việc đầu tiên là:

A. 4 230 **B.** 4 590 **C.** 4 410 **D.** 4 680

Câu 4. Điền đáp án Cho cấp số nhân (u_n) gồm các số hạng dương, có công bội $q > 1$, thỏa mãn $u_1 + u_2 + u_3 = 21$ và $u_1 u_2 u_3 = 216$. Tính giá trị của số hạng u_5 (nhập đáp án vào ô trống).

Đáp án: .....

Câu 5. Số lượng cá thể $N(t)$ của một quần thể sinh vật trong môi trường sống có sức chứa giới hạn theo thời gian t (ngày) được mô hình hóa bởi hàm số $N(t) = \dfrac{15\,000\,e^{0{,}3t}}{0{,}25\,e^{0{,}3t} + 12}$. Khi thời gian đủ dài ($t \to +\infty$), số lượng cá thể của quần thể tiến gần đến trạng thái cân bằng bằng bao nhiêu?

A. 15 000 **B.** 60 000 **C.** 3 750 **D.** 1 250

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \cos^2(3x)$ là:

A. $3\sin(6x)$ **B.** $-6\cos(3x)$ **C.** $-\sin(6x)$ **D.** $-3\sin(6x)$

Câu 7. Điền đáp án Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x - 2m\log_2 x + m^2 - 4 \leqslant 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [2;8]$ (nhập đáp án vào ô trống)?

Đáp án: .....

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x^2(x-2)(x+1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$ **B.** $(0;2)$ **C.** $(-1;2)$ **D.** $(2;+\infty)$

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$ cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B. Diện tích tam giác OAB bằng:

A. 12,5 **B.** 25 **C.** 10 **D.** 6,25

Câu 10. Điền đáp án Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x + 5$ đạt cực đại tại điểm có hoành độ dương (nhập đáp án vào ô trống)?

Đáp án: .....

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu của $f'(x)$ như bảng dưới đây. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 5 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có bảng biến thiên như dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2\sin x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng:

x	-2		-1		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4

A. 4 **B.** 0 **C.** 5 **D.** -2

Câu 13. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+5}{x+1}$ có phương trình là:

A. $y=2x-5$ **B.** $y=2x-1$ **C.** $y=2x+5$ **D.** $y=x-5$

Câu 14. Điền đáp án Một xưởng nội thất ước tính nếu mỗi tháng sản xuất và bán ra x bộ bàn học ($1\leqslant x\leqslant 300$) thì giá bán mỗi bộ là $p(x)=4{,}5-0{,}01x$ (triệu đồng). Tổng chi phí sản xuất x bộ bàn là $C(x)=0{,}005x^2+0{,}9x+30$ (triệu đồng). Hỏi mỗi tháng xưởng cần sản xuất bao nhiêu bộ bàn học để lợi nhuận thu được là lớn nhất (nhập đáp án vào ô trống)?

Đáp án: .....

Câu 15. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-9x+m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm dương?

A. 25 **B.** 27 **C.** 31 **D.** 26

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=6x^2-4x+\dfrac{1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là:

A. $12x-4-\dfrac{1}{x^2}+C$ **B.** $2x^3-2x^2+\ln x+C$

C. $2x^3-4x^2+\ln x+C$ **D.** $6x^3-2x^2+\ln x+C$

Câu 17. Một đoàn tàu đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái tàu hãm phanh. Từ thời điểm đó, đoàn tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=20-2{,}5t$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc hãm phanh. Quãng đường đoàn tàu đi được từ lúc hãm phanh cho đến khi dừng hẳn là:

A. 40 m **B.** 100 m **C.** 80 m **D.** 160 m

Câu 18. Điền đáp án Cho hàm số $f(x)=x^2\ln x$. Tính giá trị của tích phân $I=\displaystyle\int_1^e\left(\frac{f'(x)}{x}-1\right)\mathrm{d}x$ (nhập đáp án vào ô trống).

Đáp án: .....

Câu 19. Biết $\displaystyle\int_0^1\frac{2x+3}{x+2}\,\mathrm{d}x=a+b\ln\frac{3}{2}$ với a,b là các số nguyên. Giá trị của tổng $a+b$ bằng:

A. 1 **B.** 3 **C.** -1 **D.** 2

Câu 20. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=x^2-4x+3$ và $y=x-1$ bằng:

A. $\dfrac{7}{2}$ **B.** 9 **C.** $\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{9}{2}$

Câu 21. Một chiếc chậu cảnh bằng gốm có lòng trong được tạo thành khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{4x}$ ($0\leqslant x\leqslant 9$, đơn vị cm), trục hoành Ox và đường thẳng $x=9$ quanh trục Ox. Thể tích nước tối đa mà chiếc chậu chứa được gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 254 cm^3 **B.** 509 cm^3 **C.** 162 cm^3 **D.** 1 018 cm^3

Câu 22. Điền đáp án Để đo chiều cao h của một tháp phát sóng dựng thẳng đứng trên mặt đất phẳng, kỹ sư đặt giác kế có chiều cao 1,5 m tại hai vị trí A và B thẳng hàng với chân tháp (về cùng một phía so với tháp) cách nhau $AB=40$ m, với B nằm gần chân tháp hơn A. Góc nâng từ máy đo tại A và B tới đỉnh tháp lần lượt là 35° và 52°. Tính chiều cao h của tháp phát sóng (đơn vị: mét, làm tròn kết quả đến hàng phần mười, nhập đáp án vào ô trống).

Đáp án: .....

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại B. Biết $SA=a\sqrt{3}$, $AB=a$ và $BC=2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **D.** a

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng OB, điểm F thuộc cạnh SB sao cho đường thẳng EF song song với mặt phẳng (SAD). Tỉ số $\dfrac{SF}{FB}$ bằng:

A. 2 **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** 4 **D.** 3

Câu 25. Người ta thiết kế một bể chứa nước không nắp dạng hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông và thể tích đúng bằng 32 m^3. Để tổng diện tích vật liệu xây đáy và bốn mặt bên của bể là nhỏ nhất, độ dài cạnh đáy của bể bằng bao nhiêu?

A. 4 m **B.** 2 m **C.** $2\sqrt{2}$ m **D.** 3 m

Câu 26. Điền đáp án Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{6}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BD và $A'C$ (nhập đáp án vào ô trống).

Đáp án: .....

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(5;1)$ và có tâm I thuộc đường thẳng $d: x-2y+1=0$. Bán kính của đường tròn (C) bằng:

A. 5 **B.** $\sqrt{5}$ **C.** $\sqrt{10}$ **D.** $2\sqrt{5}$

Câu 28. Một cổng vòm công viên có dạng nửa đường elip với chiều rộng chân cổng là 12 m và chiều cao lớn nhất ở chính giữa là 4 m. Chiều cao của cổng vòm tại vị trí cách tâm cổng 3 m theo phương ngang bằng:

A. 3 m **B.** $2\sqrt{2}$ m **C.** $2\sqrt{3}$ m **D.** $\sqrt{15}$ m

Câu 29. Điền đáp án Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1)$ và $B(2;2;5)$. Biết điểm M thuộc trục Oz, có cao độ lớn hơn 2 và thỏa mãn $MA \perp MB$. Tìm cao độ của điểm M (nhập đáp án vào ô trống).

Đáp án: .....

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=16$. Điểm nào sau đây nằm bên ngoài mặt cầu (S)?

A. $M(2;2;3)$ **B.** $N(5;-1;6)$ **C.** $P(2;-1;7)$ **D.** $Q(4;1;4)$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;0;2)$, $B(2;1;0)$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và song song với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $x+5y+3z+4=0$ **B.** $x-5y+3z-6=0$

C. $x+5y+3z-4=0$ **D.** $x+5y-3z+4=0$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$ **B.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=20$

C. $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=20$ **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=12$

Câu 33. Điền đáp án Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A đến (P) là lớn nhất. Biết phương trình mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-4=0$. Tính giá trị biểu thức $T=2a-b+3c$ (nhập đáp án vào ô trống).

Đáp án: .....

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có một vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}=(4;1;6)$ **B.** $\vec{u}=(2;1;4)$

C. $\vec{u}=(4;-1;6)$ **D.** $\vec{u}=(1;4;6)$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, một tia laser xuất phát từ điểm $A(1;2;3)$ đi theo hướng vectơ $\vec{u}=(2;-1;2)$ chiếu tới mặt phẳng gương $(P): x+2y+2z-15=0$. Gọi α là góc tạo bởi tia laser và mặt phẳng gương (P). Giá trị của $\sin\alpha$ bằng:

A. $\dfrac{2}{9}$ **B.** $\dfrac{4}{9}$ **C.** $\dfrac{8}{9}$ **D.** $\dfrac{4}{3}$

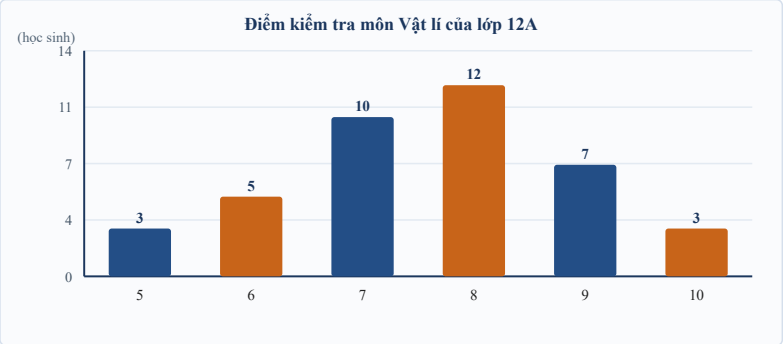
Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$ và $B(5;5;1)$. Hai điểm M, N di động trên mặt phẳng (Oxy) sao cho độ dài đoạn thẳng $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của tổng $AM+BN$ bằng:

A. $\sqrt{34}$ **B.** 6 **C.** $4\sqrt{2}$ **D.** 5

Câu 37. Điền đáp án Một xưởng sản xuất hai loại hộp bánh A và B. Để làm một hộp bánh A cần 2 kg bột và 1 kg đường, thu được lợi nhuận 60 nghìn đồng. Để làm một hộp bánh B cần 1 kg bột và 2 kg đường, thu được lợi nhuận 50 nghìn đồng. Trong ngày, xưởng có tối đa 40 kg bột và 35 kg đường. Hỏi lợi nhuận lớn nhất mà xưởng có thể thu được trong ngày là bao nhiêu nghìn đồng (nhập đáp án vào ô trống)?

Đáp án: .....

Câu 38. Biểu đồ cột dưới đây biểu diễn phân bố điểm kiểm tra môn Vật lí của 40 học sinh lớp 12A. Số trung bình của mẫu số liệu trên là:



A. 7,4 **B.** 7,5 **C.** 7,6 **D.** 7,8

Câu 39. Có 10 hộp quà giống hệt nhau bên ngoài, trong đó có 4 hộp chứa thẻ quà tặng hạng Vàng và 6 hộp chứa thẻ quà tặng hạng Bạc. Chia ngẫu nhiên đều 10 hộp quà đó cho hai bạn An và Bình (mỗi bạn 5 hộp). Xác suất để cả hai bạn đều nhận được ít nhất một hộp chứa thẻ hạng Vàng là:

A. $\frac{20}{21}$ **B.** $\frac{19}{21}$ **C.** $\frac{10}{21}$ **D.** $\frac{1}{21}$

Câu 40. Thống kê thời gian hoàn thành đường chạy 5 km của 100 vận động viên phong trào được cho trong bảng ghép nhóm sau. Trung vị M_e của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng:

Thời gian (phút)	[20; 24)	[24; 28)	[28; 32)	[32; 36)	[36; 40)
Số vận động viên	10	22	32	24	12

A. 30,00 **B.** 30,25 **C.** 29,75 **D.** 30,50

Câu 41. Điền đáp án Hai hệ thống cảm biến phát hiện lỗi X và Y trên dây chuyền sản xuất hoạt động độc lập với nhau. Khi có một sản phẩm lỗi đi qua, xác suất cảm biến X phát hiện được là 0,8 và xác suất cảm biến Y phát hiện được là 0,75. Tính xác suất để một sản phẩm lỗi chỉ bị phát hiện bởi đúng một trong hai cảm biến (nhập đáp án vào ô trống dưới dạng số thập phân).

Đáp án: .....

Câu 42. Trong một câu lạc bộ thể thao, tỉ lệ hội viên chơi cầu lông là 0,45, tỉ lệ hội viên chơi bóng bàn là 0,35, và tỉ lệ hội viên chơi cả hai môn là 0,15. Chọn ngẫu nhiên một hội viên trong câu lạc bộ, xác suất để người đó không chơi môn nào trong hai môn trên là:

A. 0,20 **B.** 0,65 **C.** 0,35 **D.** 0,50

Câu 43. Để kiểm tra tốc độ sạc của một dòng pin điện thoại mới, người ta đo thời gian sạc đầy pin (đơn vị: phút) của 40 thiết bị và thu được bảng số liệu ghép nhóm sau. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

Thời gian (phút)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số thiết bị	4	10	14	8	4

A. 10,85 **B.** 12,48 **C.** 11,82 **D.** 11,17

Câu 44. Điền đáp án Cho hai biến cố A và B thỏa mãn $P(B) = 0{,}6$ và $P(A \cap B) = 0{,}24$. Tính xác suất có điều kiện $P(A \mid B)$ (nhập đáp án vào ô trống dưới dạng số thập phân).

Đáp án: .....

Câu 45. Một nhà máy có hai phân xưởng I và II cùng sản xuất một loại linh kiện điện tử, trong đó phân xưởng I đóng góp 60% tổng sản lượng và phân xưởng II đóng góp 40% tổng sản lượng. Tỉ lệ sản phẩm lỗi của phân xưởng I là 2% và của phân xưởng II là 5%. Lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ kho chung của nhà máy thì thấy đó là sản phẩm lỗi. Xác suất để linh kiện lỗi này do phân xưởng II sản xuất bằng:

A. $\frac{3}{8}$ **B.** $\frac{5}{7}$ **C.** $\frac{5}{8}$ **D.** $\frac{2}{5}$

Câu 46. Trong một trò chơi mô phỏng, ban đầu trên đấu trường có 45 robot mini chưa đầy năng lượng. Các robot có thể hấp thụ năng lượng của nhau: một robot được tính là đạt trạng thái "đầy pin" ngay khi nó hấp thụ xong đúng 4 robot khác (các robot bị hấp thụ có thể đã đầy pin hoặc chưa đầy pin, và sau khi bị hấp thụ thì biến mất khỏi đấu trường). Robot nào đã "đầy pin" thì không hấp thụ thêm robot khác nữa, nhưng vẫn có thể bị robot chưa đầy pin hấp thụ. Hỏi tối đa có bao nhiêu robot đạt trạng thái "đầy pin" trong suốt ván chơi?

A. 9 **B.** 10 **C.** 12 **D.** 11

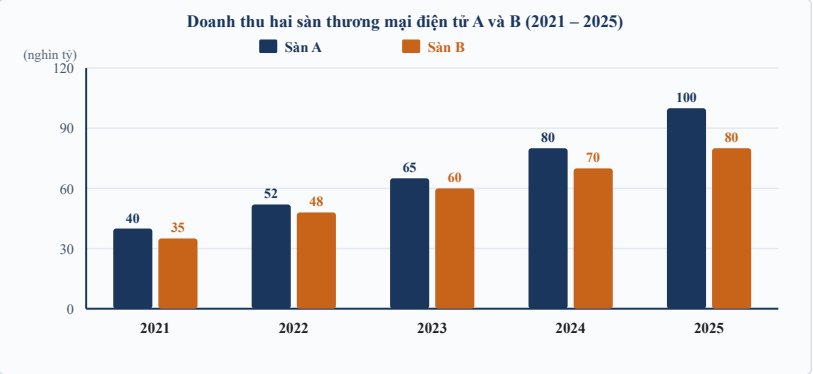
Câu 47. Điền đáp án Lúc 3 giờ 00 chiều, kim giờ và kim phút của chiếc đồng hồ treo tường tạo với nhau một góc vuông (90°). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu phút kể từ thời điểm đó thì hai kim đồng hồ lại tạo với nhau một góc vuông một lần nữa (kết quả làm tròn đến hàng phần mười, nhập đáp án vào ô trống)?

Đáp án: .....

Dựa vào bảng số liệu và biểu đồ dưới đây để trả lời các câu hỏi từ Câu 48 đến Câu 50.
Báo cáo tổng kết thị trường thương mại điện tử giai đoạn 2021 – 2025 ghi nhận doanh thu hàng năm (đơn vị: nghìn tỷ đồng) của hai sàn thương mại điện tử dẫn đầu là Sàn A và Sàn B như bảng và biểu đồ cột kép kèm theo.

Câu 48. Trong giai đoạn 2022 – 2025, năm nào tổng doanh thu của cả hai sàn A và B có tốc độ tăng trưởng so với năm liền trước cao nhất?

Năm	2021	2022	2023	2024	2025
Sàn A (nghìn tỷ đồng)	40	52	65	80	100
Sàn B (nghìn tỷ đồng)	35	48	60	70	80



A. Năm 2022 **B.** Năm 2023 **C.** Năm 2024 **D.** Năm 2025

Câu 49. So với năm 2021, tỉ trọng doanh thu của Sàn A trong tổng doanh thu hai sàn ở năm 2025 đã thay đổi như thế nào (làm tròn đến hai chữ số thập phân)?

A. Tăng khoảng 2,22 điểm phần trăm
B. Giảm khoảng 2,22 điểm phần trăm
C. Tăng khoảng 4,17 điểm phần trăm
D. Tăng khoảng 6,67 điểm phần trăm

Câu 50. Điền đáp án Giả sử năm 2026, tổng doanh thu của hai sàn A và B đặt mục tiêu tăng 25% so với năm 2025, trong khi doanh thu Sàn A dự kiến tăng 21% so với năm 2025. Khi đó, doanh thu Sàn B năm 2026 cần tăng bao nhiêu phần trăm so với năm 2025 (nhập số nguyên vào ô trống)?

Đáp án: .....

ĐÁP ÁN & LỜI GIẢI CHI TIẾT — ĐỀ SỐ 01 (HSA)

I. BẢNG ĐÁP ÁN NHANH

Câu 1	10	Câu 11	B	Câu 21	B	Câu 31	A	Câu 41	0,35
Câu 2	B	Câu 12	C	Câu 22	63,3	Câu 32	C	Câu 42	C
Câu 3	C	Câu 13	A	Câu 23	C	Câu 33	9	Câu 43	D
Câu 4	48	Câu 14	120	Câu 24	D	Câu 34	A	Câu 44	0,4
Câu 5	B	Câu 15	D	Câu 25	A	Câu 35	B	Câu 45	C
Câu 6	D	Câu 16	B	Câu 26	2	Câu 36	D	Câu 46	D
Câu 7	3	Câu 17	C	Câu 27	B	Câu 37	1400	Câu 47	32,7
Câu 8	D	Câu 18	2	Câu 28	C	Câu 38	C	Câu 48	A
Câu 9	A	Câu 19	A	Câu 29	5	Câu 39	A	Câu 49	A
Câu 10	9	Câu 20	D	Câu 30	B	Câu 40	B	Câu 50	30

II. LỜI GIẢI CHI TIẾT TỪNG CÂU

Câu 1 Đáp án: 10

Lượng giác ứng dụng • TH

Để gàu nước đạt độ cao 17 m, ta giải phương trình:

$$12-10\cos\left(\frac{\pi}{15}t\right)=17\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi}{15}t\right)=-\frac{1}{2}.$$

Vì $t\in[0;30]$ nên góc $\alpha=\dfrac{\pi}{15}t\in[0;2\pi]$. Trong đoạn $[0;2\pi]$, phương trình $\cos\alpha=-\dfrac{1}{2}$ có hai nghiệm là $\alpha=\dfrac{2\pi}{3}$ và $\alpha=\dfrac{4\pi}{3}$.

Thời điểm đầu tiên ứng với $\dfrac{\pi}{15}t=\dfrac{2\pi}{3}\Leftrightarrow t=10$ (giây).

Vậy đáp án cần điền là **10**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Chú ý dấu trừ trước $\cos\left(\dfrac{\pi}{15}t\right)$: tại $t=0$, gàu ở vị trí thấp nhất $h(0)=2$ m rồi đi lên dần, nên nghiệm nhỏ nhất tương ứng $\alpha=\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 2 Đáp án: B

Tam thức bậc hai • TH

Xét hai trường hợp của hệ số m:

- Với $m=0$, bất phương trình trở thành $-2x-3<0\Leftrightarrow x>-\dfrac{3}{2}$, không đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ (loại).
- Với $m\neq0$, tam thức bậc hai $f(x)=mx^2-2(m+1)x+m-3<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}m<0\\ \Delta'=(m+1)^2-m(m-3)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ 5m+1<0\end{cases}\Leftrightarrow m<-\frac{1}{5}.$$

Kết hợp điều kiện $m\in\mathbb{Z}\cap[-8;8]$, ta nhận $m\in\{-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$, gồm 8 giá trị nguyên.

Chọn **B**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Luôn kiểm tra riêng trường hợp hệ số $a=0$ trước khi áp dụng định lí dấu tam thức bậc hai để tránh sót hoặc thừa nghiệm $m=0$.

Câu 3 Đáp án: C

Cấp số cộng ứng dụng • TH

Gọi u_n là tiền lương năm thứ n. Trong giai đoạn tăng lương, (u_n) là cấp số cộng với $u_1=180$ và công sai $d=18$.

Năm đạt mức trần 360 triệu đồng thỏa mãn: $180+(n-1)\cdot18=360\Leftrightarrow n=11$.

- Tổng tiền lương trong 11 năm đầu: $S_{11}=\dfrac{11(180+360)}{2}=2\,970$ (triệu đồng).
- Trong $15-11=4$ năm tiếp theo, mỗi năm nhận 360 triệu đồng, tổng là $4\times360=1\,440$ (triệu đồng).

Vậy tổng số tiền lương trong 15 năm đầu là $2\,970+1\,440=4\,410$ (triệu đồng).

Chọn **C**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Rất dễ nhầm năm đạt mức trần là $\dfrac{360-180}{18}=10$ (quên cộng 1). Luôn viết rõ $u_n=u_1+(n-1)d$.

Câu 4 **Đáp án: 48** Cấp số nhân • VD

Vì (u_n) là cấp số nhân nên $u_1u_3 = u_2^2$, suy ra $u_1u_2u_3 = u_2^3 = 216 \Rightarrow u_2 = 6$.
Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} u_1 + u_3 = 21 - 6 = 15 \\ u_1u_3 = u_2^2 = 36 \end{cases}$$

Suy ra u_1, u_3 là hai nghiệm của phương trình $t^2 - 15t + 36 = 0 \Leftrightarrow t = 3$ hoặc $t = 12$.
Vì các số hạng dương và công bội $q > 1$ nên $u_1 < u_3$, do đó $u_1 = 3$, $u_3 = 12$ và $q = \dfrac{u_2}{u_1} = 2$.
Vậy $u_5 = u_1q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Khi biết tích 3 số hạng liên tiếp của cấp số nhân, tính ngay số hạng ở giữa bằng $u_2 = \sqrt[3]{u_1u_2u_3}$.

Câu 5 **Đáp án: B** Giới hạn hàm số • NB

Chia cả tử số và mẫu số của $N(t)$ cho $e^{0,3t} > 0$, ta được:

$$\lim_{t\to+\infty} N(t) = \lim_{t\to+\infty} \frac{15\,000}{0{,}25 + 12\,e^{-0,3t}} = \frac{15\,000}{0{,}25 + 0} = 60\,000.$$

Vậy ở trạng thái cân bằng, số lượng cá thể là 60 000.
Chọn **B**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Đừng nhầm tử số 15 000 là giới hạn; luôn phải chia tử số cho hệ số đứng trước e^{kt} ở mẫu số: $\dfrac{15\,000}{0{,}25} = 60\,000$.

Câu 6 **Đáp án: D** Đạo hàm • NB

Áp dụng quy tắc đạo hàm của hàm hợp:

$$y' = 2\cos(3x) \cdot (\cos(3x))' = 2\cos(3x) \cdot (-3\sin(3x)) = -3 \cdot 2\sin(3x)\cos(3x) = -3\sin(6x).$$

Chọn **D**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Có thể hạ bậc trước: $\cos^2(3x) = \dfrac{1 + \cos(6x)}{2}$, rồi lấy đạo hàm trực tiếp được $-\dfrac{6\sin(6x)}{2} = -3\sin(6x)$.

Câu 7 **Đáp án: 3** Mũ và Lôgarit • VD

Đặt $t = \log_2 x$. Khi $x \in [2; 8]$ thì $t \in [1; 3]$.
Bất phương trình trở thành:

$$t^2 - 2mt + m^2 - 4 \leqslant 0 \Leftrightarrow (t - m)^2 \leqslant 4 \Leftrightarrow m - 2 \leqslant t \leqslant m + 2.$$

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $t \in [1; 3]$, ta cần $[1; 3] \subset [m - 2; m + 2]$, tương đương:

$$\begin{cases} m - 2 \leqslant 1 \\ m + 2 \geqslant 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leqslant m \leqslant 3.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$. Vậy có **3** giá trị nguyên thỏa mãn.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Nhận diện nhanh hằng đẳng thức $(t - m)^2 \leqslant 4$ giúp chuyển ngay thành điều kiện bao hàm đoạn $[1; 3] \subset [m - 2; m + 2]$.

Câu 8 **Đáp án: D** Tính đơn điệu của hàm số • NB

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1; 0; 2\}$, trong đó $x = 0$ là nghiệm bội chẵn nên $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua $x = 0$.
Vì $x^2 \geqslant 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, nên $f'(x) > 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) > 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 2$.
Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$.
Chọn **D**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Bỏ qua thừa số mũ chẵn x^2 khi xét dấu (chỉ lưu ý $f'(0) = 0$ tại một điểm cô lập không làm gián đoạn tính đơn điệu).

Câu 9 **Đáp án: A** Tiếp tuyến đồ thị hàm số • TH

Ta có $y' = \dfrac{2(-1) - 1\cdot(-1)}{(x-1)^2} = \dfrac{-1}{(x-1)^2}$.

Tại $x_0 = 2$: $y(2) = \dfrac{2\cdot 2 - 1}{2-1} = 3$ và $y'(2) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(2;3)$ là: $y = -1(x-2) + 3 \Leftrightarrow y = -x + 5$.

Tiếp tuyến cắt Ox tại $A(5;0)$ và cắt Oy tại $B(0;5)$, suy ra $OA = 5, OB = 5$.

Diện tích tam giác OAB vuông tại O là: $S_{\triangle OAB} = \dfrac{1}{2}OA \cdot OB = \dfrac{1}{2}\cdot 5 \cdot 5 = 12{,}5$.

Chọn **A**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Nhớ công thức đạo hàm nhanh của hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất: $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Câu 10 **Đáp án: 9** Cực trị của hàm số • VD

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2-1) = 3\,(x - m + 1)\,(x - m - 1)$.

Phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1 = m - 1$ và $x_2 = m + 1$ với $x_1 < x_2$.

Vì hệ số bậc cao nhất $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x_{CĐ} = m - 1$ và đạt cực tiểu tại $x_{CT} = m + 1$.

Yêu cầu đề bài tương đương $x_{CĐ} > 0 \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \cap [-10;10]$, ta có $m \in \{2;3;\ldots;10\}$, gồm **9** giá trị.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Với hàm bậc ba có $a > 0$, luôn có $x_{CĐ} < x_{CT}$; kiểm tra lại bằng đạo hàm cấp hai $y''(m-1) = -6 < 0$.

Câu 11 **Đáp án: B** Cực trị hàm hợp • VD

Ta có $g'(x) = (2x - 2)\,f'(x^2 - 2x)$.

Từ bảng xét dấu, $f'(u)$ đổi dấu qua đúng hai nghiệm đơn $u = -1$ và $u = 2$.

Giải phương trình $g'(x) = 0$:

- $2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (nghiệm đơn).
- $x^2 - 2x = -1 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (nghiệm bội 2).
- $x^2 - 2x = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$ (hai nghiệm đơn).

Gộp lại, nghiệm $x = 1$ có tổng bậc bội là $1 + 2 = 3$ (bội lẻ) nên $g'(x)$ vẫn đổi dấu qua $x = 1$.

Vậy $g'(x)$ đổi dấu tại 3 điểm $x \in \{1 - \sqrt{3};\ 1;\ 1 + \sqrt{3}\}$, suy ra hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn **B**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Cẩn thận bẫy cộng bội tại $x = 1$: bội 1 từ $u'(x)$ cộng với bội 2 từ $u(x) = -1$ thành bội 3 (lẻ), nên $x = 1$ vẫn là điểm cực trị!

Câu 12 **Đáp án: C** GTLN và GTNN của hàm số • TH

Đặt $t = 2\sin x$. Khi x chạy trên $\mathbb{R}$, do $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$ nên t nhận mọi giá trị trên đoạn $[-2;2]$.

Do đó $\max_{x\in\mathbb{R}} g(x) = \max_{t\in[-2;2]} f(t)$.

Từ bảng biến thiên trên đoạn $[-2;2]$, giá trị lớn nhất của $f(t)$ là 5, đạt được khi $t = -1$ (ứng với $\sin x = -\dfrac{1}{2}$).

Chọn **C**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Xác định đúng miền giá trị của biến phụ $t = 2\sin x \in [-2;2]$ rồi đối chiếu trực tiếp lên bảng biến thiên.

Câu 13 **Đáp án: A** Đường tiệm cận • NB

Thực hiện phép chia đa thức tử số cho mẫu số:

$$y = \frac{2x^2 - 3x + 5}{x + 1} = \frac{2x(x+1) - 5(x+1) + 10}{x+1} = 2x - 5 + \frac{10}{x+1}.$$

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[y - (2x-5)\right] = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{10}{x+1} = 0$, nên đường thẳng $y = 2x - 5$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Chọn **A**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Dùng lược đồ Hoocner chia cho $(x+1)$: hệ số thương là 2 và $-3 + 2\cdot(-1) = -5$, đọc ngay $y = 2x - 5$.

Câu 14 **Đáp án: 120** Ứng dụng đạo hàm thực tế • VD

Doanh thu khi bán x bộ bàn là $R(x) = x \cdot p(x) = 4{,}5x - 0{,}01x^2$ (triệu đồng).
Hàm lợi nhuận theo số lượng sản phẩm x là:

$$L(x) = R(x) - C(x) = (4{,}5x - 0{,}01x^2) - (0{,}005x^2 + 0{,}9x + 30) = -0{,}015x^2 + 3{,}6x - 30.$$

Lấy đạo hàm: $L'(x) = -0{,}03x + 3{,}6 = 0 \Leftrightarrow x = 120 \in [1; 300]$.
Vì $L''(x) = -0{,}03 < 0$ nên $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 120$ (bộ bàn học).

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Lợi nhuận đạt cực đại khi doanh thu cận biên bằng chi phí cận biên: $R'(x) = C'(x)$.

Câu 15 **Đáp án: D** Tương giao đồ thị • VD

Cô lập tham số m: phương trình tương đương $m = -x^3 + 3x^2 + 9x = f(x)$.
Ta có $f'(x) = -3x^2 + 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 3$.
Tính các giá trị đặc biệt: $f(-1) = -5$, $f(0) = 0$, $f(3) = 27$.
- Trên $(-\infty; 0)$: $f(x)$ giảm từ $+\infty$ xuống -5 (tại $x = -1$) rồi tăng lên 0 (tại $x = 0$).
- Trên $(0; +\infty)$: $f(x)$ tăng từ 0 lên 27 (tại $x = 3$) rồi giảm xuống $-\infty$.
Để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại đúng 2 điểm có hoành độ dương và 1 điểm có hoành độ âm, điều kiện cần và đủ là $0 < m < 27$.
Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; \ldots; 26\}$, gồm 26 giá trị nguyên.
Chọn **D**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Rất dễ quên loại mốc $m = 0$ (khi $m = 0$ phương trình có một nghiệm $x = 0$ không phải nghiệm dương).

Câu 16 **Đáp án: B** Nguyên hàm • NB

Trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có $x > 0$ nên $\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln x + C$.
Do đó:

$$\int \left(6x^2 - 4x + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x = 6 \cdot \frac{x^3}{3} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} + \ln x + C = 2x^3 - 2x^2 + \ln x + C.$$

Chọn **B**.

Câu 17 **Đáp án: C** Ứng dụng tích phân • TH

Đoàn tàu dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow 20 - 2{,}5t = 0 \Leftrightarrow t = 8$ (giây).
Quãng đường đoàn tàu đi được trong 8 giây đó là:

$$S = \int_0^8 (20 - 2{,}5t)\,\mathrm{d}t = \left(20t - 1{,}25t^2\right)\Big|_0^8 = 160 - 80 = 80\ (\mathrm{m}).$$

Chọn **C**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Với chuyển động chậm dần đều đến khi dừng hẳn, dùng nhanh $S = \frac{v_0 t_{\text{dừng}}}{2} = \frac{20 \times 8}{2} = 80$ m.

Câu 18 **Đáp án: 2** Tích phân • VD

Tính đạo hàm của $f(x) = x^2 \ln x$ trên $[1; e]$:

$$f'(x) = 2x \ln x + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \ln x + x.$$

Suy ra $\dfrac{f'(x)}{x} - 1 = 2 \ln x$. Khi đó:

$$I = \int_1^e 2 \ln x\,\mathrm{d}x = 2\,(x \ln x - x)|_1^e = 2\,[(e \cdot 1 - e) - (1 \cdot 0 - 1)] = 2(0 + 1) = 2.$$

Vậy đáp án cần điền là **2**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Ghi nhớ nguyên hàm rất hay dùng: $\int \ln x\,\mathrm{d}x = x \ln x - x + C$, từ đó $\int_1^e \ln x\,\mathrm{d}x = 1$.

Câu 19 **Đáp án: A** Tích phân • VD

Biến đổi biểu thức dưới dấu tích phân:

$$\frac{2x+3}{x+2}=\frac{2(x+2)-1}{x+2}=2-\frac{1}{x+2}.$$

Do đó:

$$\int_0^1 \frac{2x+3}{x+2}\,\mathrm{d}x=(2x-\ln|x+2|)\Big|_0^1=(2-\ln 3)-(0-\ln 2)=2-\ln\frac{3}{2}.$$

Suy ra $a=2, b=-1$, nên $a+b=2+(-1)=1$.
Chọn **A**.

Câu 20 **Đáp án: D** Diện tích hình phẳng • TH

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$x^2-4x+3=x-1\Leftrightarrow x^2-5x+4=0\Leftrightarrow x=1 \text{ hoặc } x=4.$$

Trên đoạn $[1;4]$, ta có $x^2-5x+4\leqslant 0$, nên diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S=\int_1^4|x^2-5x+4|\,\mathrm{d}x=\int_1^4(-x^2+5x-4)\,\mathrm{d}x=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{5x^2}{2}-4x\right)\Big|_1^4=\frac{9}{2}.$$

Chọn **D**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Áp dụng công thức giải nhanh diện tích giới hạn bởi parabol và đường thẳng: $S=\frac{|a|(x_2-x_1)^3}{6}=\frac{1\cdot(4-1)^3}{6}=\frac{27}{6}=\frac{9}{2}$.

Câu 21 **Đáp án: B** Thể tích khối tròn xoay • VD

Thể tích lòng trong của chiếc chậu là thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng quay quanh Ox:

$$V=\pi\int_0^9\left(\sqrt{4x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^9 4x\,\mathrm{d}x=\pi\,(2x^2)\Big|_0^9=162\pi\approx 508{,}94\ (\mathrm{cm}^3).$$

Giá trị này gần nhất với $509\ \mathrm{cm}^3$.
Chọn **B**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Cẩn thận đừng quên nhân hằng số π vào tích phân $\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$ (phương án nhiễu 162 chính là kết quả quên nhân π).

Câu 22 **Đáp án: 63,3** Hệ thức lượng trong tam giác • TH

Gọi H' là hình chiếu vuông góc của đỉnh tháp S trên đường thẳng nằm ngang qua hai điểm đặt mắt đo A', B' (cách mặt đất 1,5 m). Đặt $x=SH'$.
Trong hai tam giác vuông $SA'H'$ và $SB'H'$, ta có:

$$A'H'=x\cot 35^\circ,\qquad B'H'=x\cot 52^\circ.$$

Vì A', B', H' thẳng hàng theo thứ tự đó và $A'B'=AB=40$ m, ta có:

$$x(\cot 35^\circ-\cot 52^\circ)=40\Rightarrow x=\frac{40}{\cot 35^\circ-\cot 52^\circ}\approx 61{,}837\ (\mathrm{m}).$$

Chiều cao của tháp phát sóng là $h=x+1{,}5\approx 61{,}837+1{,}5=63{,}337\approx 63{,}3\ (\mathrm{m})$.
Vậy đáp án cần điền là **63,3**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Công thức nhanh khi hai điểm đo cùng phía: $x=\frac{AB}{\cot\alpha-\cot\beta}$, và nhớ cộng thêm chiều cao giác kế 1,5 m ở bước cuối!

Câu 23 Đáp án: C — Khoảng cách trong không gian • TH

Ta có $BC \perp AB$ (do $\triangle ABC$ vuông tại B) và $BC \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$), suy ra $BC \perp (SAB)$.
Trong mặt phẳng (SAB), kẻ $AH \perp SB$ ($H \in SB$). Vì $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp AH$.
Do $AH \perp SB$ và $AH \perp BC$, ta suy ra $AH \perp (SBC)$, tức $d(A,(SBC)) = AH$.
Trong tam giác SAB vuông tại A:

$$AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn **C**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Mô hình chuẩn: $SA \perp (ABC)$ và $BC \perp AB$ thì $d(A,(SBC))$ không phụ thuộc độ dài BC, luôn bằng đường cao AH của $\triangle SAB$.

Câu 24 Đáp án: D — Quan hệ song song trong không gian • TH

Xét mặt phẳng (SBD) chứa đường thẳng EF. Ta thấy $(SBD) \cap (SAD) = SD$.
Vì $EF \subset (SBD)$ và $EF \parallel (SAD)$ nên theo định lí giao tuyến, ta suy ra $EF \parallel SD$.
Áp dụng định lí Thalès trong tam giác SBD với $EF \parallel SD$:

$$\frac{SF}{FB} = \frac{DE}{EB}.$$

Vì O là trung điểm của BD và E là trung điểm của OB, ta có $EB = \frac{1}{4}BD$ và $DE = \frac{3}{4}BD$, suy ra $\frac{DE}{EB} = 3$.
Vậy $\frac{SF}{FB} = 3$. Chọn **D**.

Câu 25 Đáp án: A — Tối ưu hình học không gian • VDC

Gọi $x > 0$ (m) là độ dài cạnh đáy hình vuông và $h > 0$ (m) là chiều cao của bể.
Theo đề bài, thể tích bể là $V = x^2 h = 32 \Rightarrow h = \frac{32}{x^2}$.
Tổng diện tích đáy và bốn mặt bên là:

$$S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{32}{x^2} = x^2 + \frac{128}{x}.$$

Đạo hàm: $S'(x) = 2x - \frac{128}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 = 64 \Leftrightarrow x = 4$.
Ta có $S''(x) = 2 + \frac{256}{x^3} > 0$ với mọi $x > 0$, nên $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 4$ m.
Chọn **A**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Áp dụng nhanh bất đẳng thức AM-GM cho 3 số: $x^2 + \frac{64}{x} + \frac{64}{x} \geqslant 3\sqrt[3]{64^2} = 48$, dấu bằng xảy ra khi $x^2 = \frac{64}{x} \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 26 Đáp án: 2 — Khoảng cách trong không gian • VD

Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $BD \perp AC$ và $BD \perp AA'$, suy ra $BD \perp (ACC'A')$ tại điểm O.
Trong mặt phẳng $(ACC'A')$, kẻ $OH \perp A'C$ ($H \in A'C$). Vì $BD \perp (ACC'A')$ nên $OH \perp BD$.
Do đó OH là đoạn vuông góc chung của BD và $A'C$, tức $d(BD, A'C) = OH$.
Đặt $a = 2\sqrt{6}$. Trong tam giác $A'AC$ vuông tại A, ta có $AA' = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $A'C = a\sqrt{3}$.
Vì O là trung điểm AC nên $OH = \frac{1}{2}d(A, A'C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{AA' \cdot AC}{A'C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 2$.
Vậy đáp án cần điền là **2**.

Nhận xét & Mẹo giải nhanh: Trong hình lập phương cạnh a, luôn nhớ mặt chéo $(ACC'A')$ vuông góc với BD, và khoảng cách $d(BD, A'C) = \frac{a}{\sqrt{6}}$.