SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ-HOÀN KIẾM

NỘI DUNG ÔN TẬP CUỐI HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2024-2025
MÔN: TOÁN 11

Nội dung.

1. Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác.

2. Dãy số. Cấp số cộng và cấp số nhân.

3. Giới hạn. Hàm số liên tục.

4. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song.

CHƯƠNG I: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Điều kiện xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\tan x}$ là:

A. $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ **B.** $x \neq \dfrac{\pi}{4} + k\pi$ **C.** $x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{\pi}{2}$ **D.** $x \neq k\pi$

Câu 2. Nghiệm của phương trình cosx = 0 là:

A. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ **C.** $x = k\pi$ **D.** $x = k2\pi$

Câu 3. Nghiệm của phương trình sinx = 0 là:

A. $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ **C.** $x = k\pi$ **D.** $x = k2\pi$

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x = \dfrac{1}{2}$ là:

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ **B.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$ **C.** $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$ **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{4} + k2\pi$

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}$ - 3tanx = 0 là:

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi$ **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$ **C.** $x = \dfrac{5\pi}{6} + k\pi$ **D.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 6. Số nghiệm phân biệt $x \in [\dfrac{-\pi}{2}; \pi)$ của phương trình $\dfrac{\cos^2 x - \cos x}{2\sin^2 x + \sin x} = 0$ là

A. 4 **B.** 1 **C.**2 **D.** 3

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\dfrac{\cos 2x + 1}{\cos x + 1}}$

a) D =R\{kπ |k$\in$ Z} b) D ={ k2π |k$\in$ Z } c) R\ { π + k2π |k$\in$ Z } d) R

Câu 8. Tổng các nghiệm của phương trình 7sinx + 5 = 0 trong khoảng $(0; 2\pi)$ là:

A. π. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** $3\pi/2$.

Câu 9. Biết phương trình $4\sin 2x = m + 1$ có nghiệm. Số giá trị nguyên của m là:

A. 4. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 17.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*). Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Phương trình (*) tương đương $\sin 2x = \sin\frac{\pi}{6}$		
b)	Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có 3 nghiệm		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;\pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$		
d)	Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$		

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$ có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=\pi+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$		
b)	Phương trình $\sin x = m-1$ có nghiệm khi $-1\le m\le 1$		
c)	Tổng các nghiệm của phương trình $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$ trong khoảng $(0;\pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$		
d)	Phương trình $\cos 2x(\cos 4x-1)=0$ có nghiệm $x=\frac{a\pi}{b}$ trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, $a+b=5$		

Câu 3. Cho phương trình lượng giác $\sin^2 2x+\cos^2 5x=1$, các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\frac{1-\cos 4x}{2}+\frac{1+\cos 10x}{2}=1$		
b)	Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là: $x=\frac{\pi}{7}$		
c)	Nghiệm âm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn $-\frac{\pi}{3}$		
d)	Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất bằng 0		

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau.

a) $y=3\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$.

b) $y=3-2\sqrt{1+\cos 2x}$.

c) $y = 5 - 3\cos^2 4x$

d) $y=\cos 2x-\sin x+3$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x.\cos 2x=0$ biểu diễn trên đường tròn lượng giác bởi bao nhiêu điểm?

Câu 3. Tìm số nghiệm thuộc $-3\pi;3\pi$ của các phương trình:

a) (cosx - 1)(2cosx + 3) = 0.

b) $\frac{2\sin x-1}{2\cos x+\sqrt{3}}=0$

CHƯƠNG II: DÃY SỐ, CẤP SỐ CỘNG, CẤP SỐ NHÂN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho dãy số có các số hạng đầu là 8, 15, 22, 29, 36,… Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = 7n+7.$ **B.** $u_n = 7.n.$ **C.** $u_n = 7.n+1.$ **D.** $u_n = n+7.$

Câu 2. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \dfrac{2n+1}{n+2}$. Số $\dfrac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy của dãy?

A. 300. **B.** 212. **C.** 250. **D.** 249.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \dfrac{(n-1)n}{2}.$ **B.** $u_n = 5 + \dfrac{(n-1)n}{2}.$ **C.** $u_n = 5 + \dfrac{(n+1)n}{2}.$ **D.** $u_n = 5 + \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}.$

Câu 4. Cho dãy số $(u_n): u_n = \sin\dfrac{\pi}{n}$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây.

A. Dãy số (u_n) tăng. **B.** $u_{n+1} = \sin\dfrac{\pi}{n+1}.$

C. Dãy số (u_n) bị chặn. **D.** Dãy số (u_n) không tăng, không giảm.

Câu 5. Trong các dãy (u_n) sau đây, dãy nào là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \dfrac{n^2-n+1}{n^2+2n+2}.$ **B.** $u_n = \dfrac{3n^2-1}{n-5}.$ **C.** $u_n = -n^2-n+1.$ **D.** $u_n = n^3.$

Câu 6. Cho dãy số u_n , với $u_n = 5^{n+1}.$ Tìm số hạng u_{n-1}.

A. $u_{n-1} = 5^{n-1}.$ **B.** $u_{n-1} = 5^n.$ **C.** $u_{n-1} = 5.5^{n+1}.$ **D.** $u_{n-1} = 5.5^{n-1}.$

Câu 7. Cho dãy số u_n có số hạng tổng quát là $u_n = 2\ 3^n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Công thức truy hồi của dãy số đó là:

A. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 6u_{n-1},\ n>1 \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} u_1 = 6 \\ u_n = 3u_{n-1},\ n>1 \end{cases}.$ **C.** $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 3u_{n-1},\ n>1 \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 6u_{n-1},\ n>1 \end{cases}.$

Câu 8. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 1; 3; 6; 9; 12. **B.** 1; 4; 7; 10; 14. **C.** 1; 2; 4; 8; 16. **D.** 0; 4; 8; 12; 16.

Câu 9. Trong các dãy sau đây, dãy nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 3^n.$ **B.** $u_n = (-3)^{n+1}.$ **C.** $u_n = 3n+1.$ **D.** $u_n = 5n^2+n.$

Câu 10. Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

A. 7; 12; 17, **B.** 6; 10; 14. **C.** 8; 13; 18. **D.** 6; 12; 18.

Câu 11. Cho hai số -3 và $23.$ Xen kẽ giữa hai số đã cho n số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai $d = 2.$ Tìm $n.$

A. $n = 12.$ **B.** $n = 13.$ **C.** $n = 14.$ **D.** $n = 15.$

Câu 12. Cho 2 cấp số cộng hữu hạn 4; 7; 10; 13; 16;… và 1; 6; 11; 16; 21;…; mỗi cấp số cộng có 100 số hạng. Hỏi có tất cả bao nhiêu số giống nhau có mặt trong cả hai cấp số trên?

A. 21. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 19.

Câu 13. Cho cấp số cộng u_n có các số hạng đầu lần lượt là $5;\ 9;\ 13;\ 17;\ \cdots$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng.

A. $u_n = 5n+1.$ **B.** $u_n = 5n-1.$ **C.** $u_n = 4n+1.$ **D.** $u_n = 4n-1.$

Câu 14. Cho cấp số cộng u_n có $u_1 = -3$ và $d = \frac{1}{2}.$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}\ n+1$. **B.** $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1.$ **C.** $u_n = -3 + \frac{1}{2}\ n-1$. **D.** $u_n = -3 + \frac{1}{4}\ n-1$.

Câu 15. Số hạng tổng quát của một cấp số cộng là $u_n = 3n+4$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_n = \frac{3^n - 1}{2}.$ **B.** $S_n = \frac{7\ 3^n - 1}{2}.$ **C.** $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}.$ **D.** $S_n = \frac{3n^2 + 11n}{2}.$

Câu 16. Cấp số cộng (u_n) có $S_6 = 18, S_{10} = 110$ thì tổng 20 số hạng đầu tiên là

A. 620. **B.** 280. **C.** 360. **D.** 153.

Câu 17. Xét các số nguyên dương chia hết cho $3.$ Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng.

A. 7650. **B.** 7500. **C.** 3900. **D.** 3825.

Câu 18. Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n, n \in \mathbb{N}^*.$ Số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

A. $u_{10} = 55.$ **B.** $u_{10} = 67.$ **C.** $u_{10} = 61.$ **D.** $u_{10} = 59.$

Câu 19. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Giá trị biểu thức $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + ... + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$ là

A. $S = \frac{9}{246}.$ **B.** $S = \frac{4}{23}.$ **C.** $S = 123.$ **D.** $S = \frac{49}{246}.$

Câu 20. Trong các dãy số u_n cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = 7 - 3n.$ **B.** $u_n = 7 - 3^n.$ **C.** $u_n = \frac{7}{3n}.$ **D.** $u_n = 7.3^n.$

Câu 21. Cho dãy số u_n là một cấp số nhân với $u_n \neq 0,\ n \in \mathbb{N}^*.$ Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. $u_1; u_3; u_5; ...$ **B.** $3u_1; 3u_2; 3u_3; ...$ **C.** $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; ...$ **D.** $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; ...$

Câu 22. Nếu cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và công bội $q = 3$ thì giá trị u_7 là

A. 3^6 **B.** 3^7 **C.** 21 **D.** 3^8

Câu 23. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $q = 3.$ **B.** $q = -3.$ **C.** $q = 2.$ **D.** $q = -2.$

Câu 24. Cho cấp số nhân u_n có $u_1 = -3$ và $q = -2.$ Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{10} = -511.$ **B.** $S_{10} = -1025.$ **C.** $S_{10} = 1025.$ **D.** $S_{10} = 1023.$

Câu 25. Trong một cấp số nhân có các số hạng đều dương, hiệu của số hạng thứ năm và thứ tư là 576, hiệu của số hạng thứ hai và số hạng đầu là 9. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng

A. 768 **B.** 1024 **C.** 1023 **D.** 1061

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{1}{2^n}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Dãy số (u_n) là dãy số giảm.		
b)	Số thứ 8 của dãy số là $\frac{1}{128}$		
c)	Số 64 thuộc dãy số (u_n).		
d)	Dãy số (u_n) là một dãy số bị chặn.		

Câu 2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$ .Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Số thứ 5 trong dãy số là 11.		
b)	Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.		
c)	Dãy số (u_n) là dãy số tăng.		
d)	Công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) là $u_n = 2n+1$.		

Câu 3. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Năm số hạng đầu của dãy số là: 1;7;19;43;91		
b)	Số thứ 8 của dãy số là 763.		
c)	Số 1325 thuộc dãy số (u_n).		
d)	Dãy số (u_n) là một dãy số bị chặn.		

Câu 4. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n-1}{n+1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$u_{n+1} - u_n = \frac{2}{(n+1)(n+2)}$		
b)	$\frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$		
c)	Dãy số (u_n) là dãy số giảm		
d)	Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn		

Câu 5. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_5 + u_7 = 19$. Giá trị của $u_2 + u_{10}$ bằng 19.		
b)	Cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 = -3, d = 4$. Khi đó $u_{10} = 33$		
c)	Cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3 - 2n$. Tổng của 60 số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) là $S_{60} = -3480$		
d)	Các số $1-x; x^2; 1+x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khi đó $x = \pm 1$.		

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_5 = 42 \\ u_4 + u_9 = 66 \end{cases}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề	Đúng	Sai

a)	Số hạng $u_1 = 25$		
b)	Tổng $u_3 + u_{10} = 66$		
c)	Công sai của cấp số cộng bằng 4		
d)	Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là 300		

Câu 7. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3};\frac{-1}{3};0;\frac{1}{3};\frac{2}{3};1;\frac{4}{3}$ là cấp số cộng với $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$.		
b)	Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$ là cấp số cộng với $u_1 = 4; d = -3$.		
c)	Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 + 2u_5 = 0$ và $S_4 = 14$. Số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng là $u_1 = 8, d = -3$.		
d)	Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1; d = 2; S_n = 483$. Số các số hạng của cấp số cộng là 21		

Câu 8. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tổng của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là 250		
b)	Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đầu lần lượt là $5;9;13;17;...$ Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là $u_n = 5n + 1$.		
c)	Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ 15 của cấp số cộng (u_n).		
d)	Cho (u_n) là cấp số cộng có $S_n = n^2 + 4n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó là: $u_1 = 3, d = 2$.		

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Dãy số $4;\ 2;\ \frac{1}{2};\ \frac{1}{4};\ \ldots$ là một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$		
b)	Dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát là một cấp số nhân với công bội q = 3		
c)	Cấp số nhân (u_n) với công bội q < 0 và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Khi đó $u_1 = -\frac{8}{3}$.		
d)	Các số $2;\ 8;\ x;\ 128$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Khi đó $x = 32$.		

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Công bội của cấp số nhân là q = 3		
b)	Số hạng thứ 6 của cấp số nhân là $u_6 = 192$.		
c)	Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là 186.		
d)	Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = 6.3^{n-1}$.		

Câu 11. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Cho cấp số nhân $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8};\ldots;\frac{1}{4096}$. Số $\frac{1}{4096}$ là số hạng thứ 12 trong cấp số nhân.		

b)	Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{4}, \forall n \geq 1$. Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = 3.4^{1-n}$.		
c)	Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 5, q = 3$ và $S_n = 200$, khi đó n = 4.		
d)	Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng 252^0.		

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Công bội của cấp số nhân là q = -3		
b)	Số 486 là số thứ 5 trong cấp số nhân.		
c)	Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là 1256		
d)	Số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = 2.(-3)^{n-1}$.		

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Bài 1. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$

a) Tìm số hạng thứ năm của dãy số (u_n). b). Dãy số có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên?

Bài 2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 3 \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$.

a) Tìm số hạng thứ ba của dãy số (u_n).

b) Tính tổng của 100 số hạng đầu của dãy số (u_n).

Bài 3. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$

a) Xác định công sai và công thức của số hạng tổng quát u_n.

b) Số 37 có thuộc cấp số cộng không? Nếu thuộc thì 37 là số hạng thứ mấy?

c) Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + ... + u_{2011}$.

Bài 4. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950.

Tính $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + ... + \frac{1}{u_{70} u_{71}}$

Bài 5. Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng 20 và tổng các bình phương của chúng bằng 120.

Bài 6. Hãng taxi đưa ra mức cước là 11.000đ/1km trong 5km đầu tiên; và cứ mỗi 5 km tiếp theo thì mức cước giảm 500đ/1km so với mức cước ở 5km trước đó, và không đổi khi mức cước là 7000đ/km.

Ngoài ra công ty có thể cho khách hàng kí hợp đồng trọn gói chuyến đi.

Anh A hay đi công tác ở tỉnh xa. Nếu điểm đến cách nhà 93km và chỉ xét về kinh tế, thì anh A nên chọn cách tính theo giá taxi thông thường hay trả trọn gói là 850.000đ/chuyến.

Bài 7. Xác định cấp số nhân (u_n) biết: a) $\begin{cases} u_3 = 15 \\ u_5 = 135 \\ u_6 < 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_1 + u_5 = 164 \\ u_2 + u_3 + u_4 = 78 \end{cases}$

Bài 8. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = \dfrac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$.

a) Viết năm số hạng đầu của cấp số. Số $\dfrac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số?

b) Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số.

Bài 9. Bố mẹ bạn X mang tiền gửi ngân hàng theo thể thức lãi kép (lãi nhập gốc vào kì gửi tiếp theo). Số tiền ban đầu là A, lãi suất là r /kì. Bố mẹ nhờ X giải thích, đưa ra công thức về số tiền nhận được (giả sử toàn bộ quá trình lãi suất không đổi)

a) Sau 1 kì; sau hai kì, sau 3 kì, sau 4 kì và dự đoán công thức sau n kì

b) Nếu cứ sau mỗi kì, bố mẹ bạn X lại mang thêm đúng số tiền A ra ngân hàng để gửi thêm; thì kết thúc kì thứ 12, toàn bộ số tiền nhận về được tính thức công thức nào?

Bài 10. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^{\frac{n}{2}+1}$

a) Chứng minh dãy số (u_n) là cấp số nhân. Số 19683 là số hạng thứ mấy của dãy số.

b) Tính tổng $S = u_2 + u_4 + u_6 + \ldots + u_{20}$.

Bài 11. Tính các tổng sau.

a) $T_1 = 1 + 2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^{100}$.

b) $T_2 = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + ... + 100.2^{99}$.

c) $T_3 = 1 + 4.2 + 7.2^2 + 10.2^3 + \ldots + (3n-2).2^{n-1}$

d) $T_6 = 6 + 66 + 666 + \ldots + 66\ldots6$ (số hạng cuối cùng có 50 chữ số 6)

Bài 12. Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng. Nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tìm 3 số đó

Bài 13. Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn hai viên gạch so với bậc ngay trước nó. Cần bao nhiêu viên gạch để xây cầu thang?



Bài 14. Bạn Bông tiết kiệm để mua một hộp trang điểm. Trong tuần đầu tiên, Bông để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, bạn đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Hộp trang điểm Bông cần mua có giá 400 đô la. Hỏi bắt đầu từ tuần thứ bao nhiêu thì bạn ấy có đủ tiền để mua hộp trang điểm đó?

Bài 15. Một công ty tuyển một chuyên gia về công nghệ thông tin với mức lương năm đầu là 240 triệu đồng và cam kết sẽ tăng thêm 5% lương mỗi năm so với năm liền trước đó. Tính tổng số lương mà chuyên gia đó nhận được sau khi làm việc cho công ty 10 năm (làm tròn đến triệu đồng và chỉ điền số không điền đơn vị đi kèm).

Bài 16. Cho ba số a,b,c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2. Nếu tăng số thứ nhất thêm 1, tăng số thứ hai thêm 1 và tăng số thứ ba thêm 3 thì được ba số mới là ba số liên tiếp của một cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.

CHƯƠNG III: GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho dãy (u_n) có $\lim u_n = 3$, dãy (v_n) có $\lim v_n = 5$. Khi đó $\lim(u_n.v_n) = ?$

A. 15. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 2. Cho $\lim u_n = -3$; $\lim v_n = 2$. Khi đó $\lim(u_n - v_n)$ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 3. Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313...$,

A. $P = \dfrac{212}{99}$ **B.** $P = \dfrac{213}{100}$. **C.** $P = \dfrac{211}{100}$. **D.** $P = \dfrac{211}{99}$.

Câu 4. Cho các dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$ thì $\lim \dfrac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 5. Trong 3 khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng?

$\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương. $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$. $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \dfrac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó

A. $\lim u_n$ không tồn tại. **B.** $\lim u_n = 1$. **C.** $\lim u_n = 0$. **D.** $\lim u_n = 2$.

Câu 7. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $u_n = \dfrac{n^2 - 2}{5n + 3n^2}$. **B.** $u_n = \dfrac{4 - 2n}{5n + 3}$. **C.** $u_n = \dfrac{1 - 2n}{5n + 3n^2}$. **D.** $u_n = \dfrac{7 - 2n^2 + n^3}{5n^3 + 3n^2}$.

Câu 8. Cho $\lim \dfrac{an^2 - 4n + 7}{5n^2 - n - 2} = 6$. Khẳng định nào đúng

A. $a = 6$. **B.** $a = 3$. **C.** $a = 30$. **D.** $a = 11$.

Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên a thỏa mãn $\lim \dfrac{an^2 - 4n + 7}{5n^2 - n - 2} = 0$?

A. 0. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 10. Dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$. Tính $a.b$

A. 192 **B.** 68 **C.** 32 **D.** 128

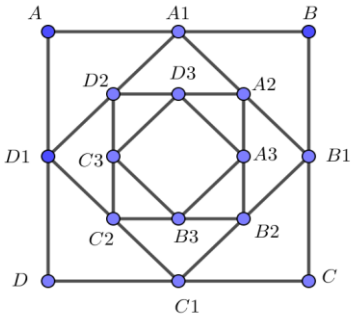
Câu 11. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $\left(\dfrac{4}{e}\right)^n$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$. **C.** $\left(\dfrac{5}{3}\right)^n$. **D.** $\left(\dfrac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 12. Tính tổng $S = 1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} + ... + \dfrac{1}{2^n} + ...$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a. Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1\mathrm{D}_1, A_2B_2C_2\mathrm{D}_2 \ldots$ bằng 8 thì a bằng:



A. 2 **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Câu 14. Cho các giới hạn: $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=3$, hỏi $\lim\limits_{x\to x_0}\left[3f(x)-4g(x)\right]$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 3.

Câu 15. Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to(-4)^+} \frac{3}{x+4}$

A. $L=-\infty$. **B.** $L=0$. **C.** $L=+\infty$. **D.** $L=1$.

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{x}=-\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{x^5}=+\infty$.**D.** $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$.

Câu 17. Giới hạn: $\lim\limits_{x\to 5} \frac{\sqrt{3x+1}-4}{3-\sqrt{x+4}}$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{9}{4}$. **B.** -3. **C.** -18. **D.** $-\frac{3}{8}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)=\frac{(4x+1)^3(2x+1)^4}{(3+2x)^7}$. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 19. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{x^2-x}+1}{3x+2}$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{-1}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 0.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}4x+1 & \text{khi } x\geq 3\\ x^2+4 & \text{khi } x<3\end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$.

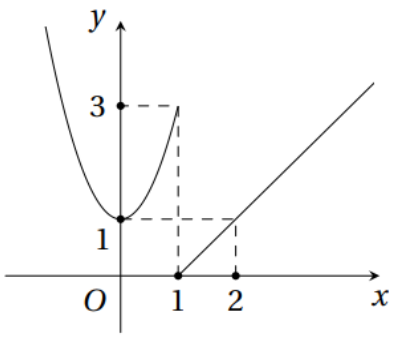
A. 4. **B.** 1. **C.** 13. **D.** không tồn tại.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a;b]$ là

A. $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+} f(x)=f(b)$. **B.** $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$.

C. $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+} f(x)=f(b)$. **D.** $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)=f(b)$.

Câu 22. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 23. Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x=2$?

A. $y=\sqrt{x+2}$. **B.** $y=\sin x$. **C.** $y=\dfrac{x^2}{x-2}$. **D.** $y=x^2-3x+2$.

Câu 24. Cho hàm số $y=\begin{cases} x+2 & \text{khi } x\geq -1 \\ x+m & \text{khi } x<-1 \end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m=2$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=5$. **D.** $m=3$.

Câu 25. Cho các khẳng định

(I): Hàm số $f(x)=\dfrac{3}{x-5}$ liên tục trên (5; 10)

(II): Hàm số $f(x)=\dfrac{3}{x-5}$ liên tục trên [5; 10]

(III): Hàm số $f(x)=\dfrac{3}{x-5}$ liên tục trên (2; 10)

(IV): Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên (2; 10) và trên [10; 15) thì hàm số f(x) liên tục trên (2;15)

Số khẳng định đúng là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 26. Cho dãy số (u_n) biết số hạng tổng quát $u_n=\dfrac{1+2+3+...+n}{n^2+11}$. Tính $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

A. 0. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$		
b)	$\lim\frac{(-1)^n}{n^2} = 0$		
c)	$\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0, q < 1$		
d)	$\lim\frac{1}{n^k} = 0, k \in \mathbb{Z}^+$		

Câu 2. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim(\sqrt{3})^n = -\infty$		
b)	$\lim\frac{4^n}{2.3^n + 4^n} = 1$		
c)	$\lim\left(n^3 + 2n^2 - 4\right) = +\infty$		
d)	$\lim\left(-n^4 + 5n^3 - 4n\right) = -\infty$		

Câu 3. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim\frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}} = \frac{4}{9}$		
b)	$\lim\frac{\sqrt{4n^2 - n + 1} - n}{\sqrt{9n^2 + 3n}} = \frac{2}{3}$		
c)	$\lim\left(\sqrt{n^2 + 3n + 5} - n\right) = \frac{3}{2}$		
d)	$\lim\left(\sqrt{9n^2 + 3n - 4} - 3n + 2\right) = 0$		

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{khi } x < -1 \\ \sqrt{x^2 + 1} & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$. Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giới hạn $\lim\limits_{x\to-2} f(x) = \sqrt{5}$		
b)	Giới hạn $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x) = -3$.		
c)	Giới hạn $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = \sqrt{2}$		
d)	Hàm số tồn tại giới hạn khi $x \to -1$		

Câu 5. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=\dfrac{-3}{2}$		
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=+\infty$		
c)	$\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty$		
d)	$\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty$		

Câu 6. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2+4x+3}{\sqrt{x^3+x^2}}=0$		
b)	$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\left\|x^2-3x+2\right\|}{x-2}=1$		
c)	$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{2x+5}-3}{\sqrt{x+2}-2}=\dfrac{4}{3}$		
d)	$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x-1}=\dfrac{1}{3}$		

Câu 7. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2-10x\right)=+\infty$		
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{2x^2+x+1}=\dfrac{3}{2}$		
c)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}-3x}{2-3x}=\dfrac{5}{4}$		
d)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[3]{8x^3+3x^2+1}-x}{\sqrt{4x^2-x+2}+3x}=1$		

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ x+1 & \text{khi } x=1\end{cases}$ và $g(x)=4x^2-x+1$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Ta có $f(1)=2$		
b)	Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$		
c)	Hàm số $g(x)$ liên tục tại điểm $x_0=1$		
d)	Hàm số $y=f(x)-g(x)$ không liên tục tại điểm $x_0=1$		

Câu 9. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)=x^3-x^2+8x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.		
b)	Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-3}{x-\sqrt{3}} & \text{khi } x\neq\sqrt{3}\\ 2\sqrt{3} & \text{khi } x=\sqrt{3}\end{cases}$ liên tục tại $x=\sqrt{3}$.		
c)	Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2+5x+6}$ liên tục trên khoảng $(-3;2)$		
d)	Hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x+1}, \text{khi } x\neq -1\\ m^2-4, khi\ x=-1\end{cases}$ liên tục tại $x=-1$ khi m = $\pm\sqrt{2}$.		

Câu 10. Cho các hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{4x-7}-1}{x^2-4} & \text{khi } x>2\\ \dfrac{5x-9}{2} & \text{khi } x\leq 2\end{cases}$ và $g(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{2-x} & \text{khi } x>2\\ \dfrac{1-x}{4} & \text{khi } x\leq 2\end{cases}$.

Khi đó: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0=2$.		
b)	Hàm số $g(x)$ gián đoạn tại điểm $x_0=2$.		
c)	Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)=\dfrac{1}{4}$.		
d)	Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\dfrac{1}{2}$.		

Câu 11. Cho $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=5$ khi $a=-10$		
b)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)>0$ khi $a>0$		
c)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)<0$ khi $a>0$		
d)	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+ax+5}+x\right)=-1$ thì a là một nghiệm của phương trình $x^2-3x+2=0$		

Câu 12. Cho $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a\sqrt{2x^2+3}+2023}{2x+2024}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a\sqrt{2x^2+3}+2023}{2x+2024}=\dfrac{1}{2}$ khi $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$		
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a\sqrt{2x^2+3}+2023}{2x+2024}=1$ khi $a=\sqrt{3}$		
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a\sqrt{2x^2+3}+2023}{2x+2024}=0$ khi $a=0$		
d)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a\sqrt{2x^2+3}+2023}{2x+2024}=\sqrt{2}$ thì a là một nghiệm của phương trình $x^2-3x+2=0$		

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\dfrac{2n+1}{3n+2}$ b) $\lim\dfrac{n^2-3n+5}{3n^2+4}$ c) $\lim\dfrac{n^3+n^2-n+1}{2n^4+n^2+2}$ d) $\lim\dfrac{(2n^3+1)(3n^2-n+8)}{(4n-3)(3n^4+n+2)}$

Bài 2. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\dfrac{3n^2+\sqrt{n^4+3n-2}}{2n^2-n+3}$ b) $\lim\dfrac{\sqrt[3]{8n^3-5n+8}-n}{n+12}$ c) $\lim\dfrac{\sqrt{6n^2+n+1}}{2n+1}$ d) $\lim\dfrac{\sqrt{2n^2-n}}{1-3n^2}$

Bài 3. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\dfrac{9.2^n+3^n}{2^n+5.3^n}$ b) $\lim\dfrac{3^{n+2}-4^{n+1}+1}{2.4^{n+1}+2^{n-1}}$ c) $\lim\dfrac{4.3^{2n}+7^{n-1}}{2.9^{n+1}+7^n}$ d) $\lim\dfrac{4-\dfrac{6}{n}}{7^n}$

Bài 4. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\dfrac{1+2+3+....+n}{5n^2+2}$ b) $\lim\dfrac{1+a+a^2+....+a^n}{1+b^2+b^4+....+b^{2n}}$ biết $a,b\in(0;1)$

Bài 5. Tổng cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1=1$ và u_1,u_3,u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng là bao nhiêu?

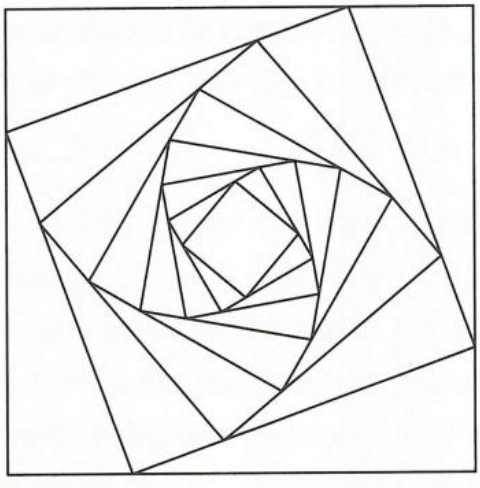
Bài 6. Tính giới hạn các hàm số sau

a) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x+1}{x-2}$ b) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{x-1}$ c) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-5x-2}{x^2-4}$

d) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{2x^2-6x-20}{x^3-3x+2}$ e) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$. f) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3x+2}-\sqrt{2x+3}}{x-1}$

g*) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2x+3}}{2-\sqrt{x+5}}$ h*) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\sqrt{2x+3}-\sqrt[3]{x+2}}{x+1}$ i*) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+7}.\sqrt[3]{3x+2}-6}{x-2}$

Bài 7. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a. Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) như hình vẽ



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, ..., C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông $C_i \left(i \in \{1,2,3,...\}\right)$. Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + ... + S_n + ...$

Biết $T = \dfrac{32}{3}$, tìm a?

Bài 8. Cho $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} + b & \text{khi} \quad x > 1 \\ ax + 3 & \text{khi} \quad x \le 1 \end{cases}$. Biết $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 2023$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a + b$

Bài 9. a) Cho số thực a thỏa mãn $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 3x + a}{x+1} = 3$. Tìm a.

b) Cho hai số thực b, c thỏa mãn $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + bx + c}{x-2} = 7$. Tìm b, c.

Bài 10. Tính các giới hạn sau

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4x+1}{3x-2}$ b) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x^2+1}{3+2x-x^2}$ c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4x^2-1}{x^3+x-4}$

d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sqrt{3x^2+2}}{5x+\sqrt{x^2+1}}$ e) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{3x-1}{\sqrt{1+4x+x^2}}$ f) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{3x^2+5}}{\sqrt[3]{x^3+x+2}}$

g) $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(4x^2-1)(2+3x-x^5)}{(x^3+x-4)(3x^4-x^2-1)}$

Bài 11. Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{1}{x-2}$ b) $\lim\limits_{x \to -3^-} \dfrac{5}{x+3}$ c) $\lim\limits_{x \to 5^+} \dfrac{9}{5-x}$

Bài 12. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 4x+5 & \text{khi} \quad x \ne -2 \\ a & \text{khi} \quad x = -2 \end{cases}$

a) Dùng định nghĩa chứng minh f(x) liên tục tại x = 5

b) Với a = 6, xét tính liên tục của hàm số tại x = -2

c) Tìm a để hàm số liên tục tại x = -2

d) Tìm a để hàm số liên tục trên tập xác định của nó

Bài 13. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{2x-1}-1}{x-1} & \text{khi} \quad x > 1 \\ a & \text{khi} \quad x = 1 \\ x + b & \text{khi} \quad x < 1 \end{cases}$

a) Tìm a để hàm số liên tục trên $[1; +\infty)$?

b) Tìm a, b để hàm số liên tục trên tập xác định của nó?

CHƯƠNG IV: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN.

QUAN HỆ SONG SONG

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình chóp *S.ABCD* đáy *ABCD* là hình bình hành tâm O, giao tuyến của mặt (SAC) và (SBD) là

A. SC **B.** SA **C.** SB **D.** SO

Câu 2. Cho tứ diện *ABCD*, gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *CD* và *AD*, G là trọng tâm tam giác *ACD*. *BG* là giao tuyến của hai mặt phẳng nào?

A. (ABM) và (BCN) **B.** (ABM) và (BDM) **C.** (BCN) và (ABC) **D.** (BMN) và (ABD)

Câu 3. Cho tứ diện ABCD. M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai cạnh AB, AC sao cho MN cắt BC tại I. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Đường thẳng MN cắt đường thẳng CD **B.** Đường thẳng DN cắt đường thẳng AB

C. Đường thẳng AI cắt đường thẳng CD **D.** $(DMN)\cap(DBC)=DI$

Câu 4. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M là điểm trên cạnh AB (M khác A, B), N là điểm trên cạnh SC (N khác S, C). Giao điểm của MN và (SBD) là

A. giao điểm của đường thẳng MN với SB

B. giao điểm của đường thẳng MN với SD

C. giao điểm của đường thẳng MN với BD

D. giao điểm của đường thẳng MN với đường thẳng SI, trong đó I là giao điểm của BD và CM

Câu 5. Cho tứ diện ABCD, M là trung điểm AB; N thuộc cạnh AD sao cho DN = $\frac{1}{3}$AD. Mặt phẳng (CMN) cắt BD tại K. Tính tỉ số $\frac{DK}{BK}$. A. $\frac{2}{5}$ B.$\frac{1}{3}$ C.$\frac{2}{3}$ D.$\frac{1}{2}$

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành, M,N,P là trung điểm AB, AD, SC. Mặt phẳng (MNP) cắt SD tại Q. Tính tỉ số $\frac{QD}{QS}$ A.$\frac{1}{3}$ B.$\frac{1}{4}$ C.$\frac{1}{5}$ D.$\frac{2}{5}$

Câu 7. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang (AB // CD). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm tam giác SAB. Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

A. SC **B.** đường thẳng qua S và song song với AB

C. đường thẳng qua G và song song với CD **D.** đường thẳng GJ

Câu 8. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây

A. AD **B.** BD **C.** AC **D.** SC

Câu 9. Cho tứ diện ABCD, gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Và các mệnh đề

(I) *GE* và *CD* chéo nhau **(II).** GE // CD **(III).** GE cắt AD **(IV).** GE cắt AC

Số mệnh đề đúng là: **A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a,b và mặt phẳng α. Giả sử $a\parallel b$, $b\parallel\alpha$. Khi đó:

A. $a\parallel\alpha$. **B.** $a\subset\alpha$. **C.** a cắt α. **D.** $a\parallel\alpha$ hoặc $a\subset\alpha$.

Câu 11. Cho hai đường thẳng phân biệt a,b và mặt phẳng α. Giả sử $a\parallel\alpha$, $b\subset\alpha$. Khi đó:

A. $a\parallel b$. **B.** a,b chéo nhau. **C.** $a\parallel b$ hoặc a,b chéo nhau. **D.** a,b cắt nhau.

Câu 12. Cho tứ diện *ABCD*, *G* là trọng tâm ΔABD và *M* là điểm trên cạnh *BC*, sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng *MG* song song với

A. (ABD). **B.** (ABC). **C.** (ACD). **D.** (BCD).

Câu 13. Đường thẳng $a // (P)$ nếu

A. $a // b$ và $b // (P)$. **B.** $a \cap (P) = a$.

C. $a \cap (P) = b$. **D.** $a // b$, $b \subset (P)$ và $a \not\subset (P)$.

Câu 14. Cho hình chóp *S.ABCD* đáy *ABCD* là hình bình hành. Gọi *I, J* lần lượt là trọng tâm các tam giác *SAB* và *SAD*. *E, F* lần lượt là trung điểm của *AB* và *AD*. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $IJ // (SAD)$. **B.** $IJ // (SCD)$. **C.** $IJ // (SAB)$. **D.** $IJ // (SDB)$.

Câu 15. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây.

A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q).

B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (Q).

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 16. Cho hai hình bình hành *ABCD* và *ABEF* nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $AD // (BEF)$. **B.** $(AFD) // (BEC)$. **C.** $(ABD) // (EFC)$. **D.** $EC // (ABF)$.

Câu 17. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi D', E' là trung điểm của $A'B'$ và A'C'. Khi đó CB' song song với

A. AD'. **B.** $C'D'$. **C.** $(AD'E')$. **D.** $(AC'D')$.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ABB'A') // (CDD'C')$. **B.** $(BDA') // (D'B'C)$.

C. $(BA'D') // (ADC)$. **D.** $(ACD') // (A'C'B)$.

Câu 19. Cho các khẳng định sau, chọn khẳng định đúng.

A. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.

B. Đáy của hình lăng trụ là hình bình hành.

C. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên là hình bình hành.

D. Hình lăng trụ có tất cả các mặt là hình bình hành.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Đường thẳng AG cắt đường thẳng MN		
b)	Đường thẳng MN nằm trong mặt phẳng (MCD)		

c)	Đường thẳng AG nằm trong mặt phẳng (ACD)		
d)	Mặt phẳng(ABG) cắt mặt phẳng (ACD) theo giao tuyến là đường thẳng AC.		

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ với M là một điểm trên cạnh SC, N là một điểm trên cạnh BC. Gọi $O = AC \cap BD$ và $K = AN \cap CD$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	SO là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).		
b)	Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là điểm nằm trên cạnh SO.		
c)	KM là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD).		
d)	Giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) là điểm nằm trên cạnh KM		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC. Gọi I giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD). Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AM \cap SO = I$		
b)	$IA = 3IM$		
c)	Giao điểm E của đường thẳng SD và mặt phẳng (ABM) là điểm thuộc đường thẳng BI		
d)	Gọi N là một điểm tuỳ ý trên cạnh AB. Khi đó giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) là điểm thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng $(SBD),(SNC)$.		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD, AB cắt CD tại K, điểm M thuộc cạnh SD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng SK.		
b)	Giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AB.		
c)	KM cắt SC tại N,khi đó 3 đường thẳng AM,KN,d đồng quy.		
d)	Nếu AD = 2BC và M là trung điểm SD thì N là trung điểm SC.		

Câu 5. Trong không gian cho ba đường thẳng a,b và c phân biệt. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.		
b)	Nếu hai đường thẳng cùng chéo nhau với đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.		
c)	Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b, đường thẳng b và đường thẳng c chéo nhau thì đường thẳng a và đường thẳng c chéo nhau hoặc cắt nhau.		
d)	Nếu đường thẳng a cắt b, hai đường thẳng b và c chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc song song với nhau.		

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC,M là trung điểm SD. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	OI // (SAD)		
b)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (AOM) là đường thẳng qua A và song song với SA.		
c)	Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.		
d)	Mặt phẳng (OMI) cắt 4 mặt của hình chóp $S.ABCD$.		

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB		
b)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD		
c)	Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB		
d)	Hình tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của tứ diện (ta gọi là thiết diện) là hình thang		

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD; E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$\frac{SJ}{SF}=\frac{2}{3}$		
b)	IJ // $(ABCD)$		
c)	BC song song với mặt phẳng $(SAD),(SEF)$		
d)	BC cắt mặt phẳng (AIJ)		

Câu 9. Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Nếu c cắt a thì c cắt b.		
b)	Nếu c chéo a thì c chéo b.		
c)	Nếu c cắt a thì c chéo b.		
d)	Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b.		

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, SA. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Mặt phẳng (SBC) song song với mặt phẳng (DMP)		
b)	Mặt phẳng (SOB) song song với mặt phẳng (DMP)		
c)	Mặt phẳng (SNC) song song với mặt phẳng (DMP)		
d)	Mặt phẳng (SBN) song song với mặt phẳng (DMP)		

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB,B'C',DD'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Mp(MNP) không song song với mp(BDC').		
b)	Mp(MNP) cắt lập phương theo thiết diện là một lục giác.		
c)	Mp(MNP) đi qua tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.		
d)	Mp(MNP) đi qua trung điểm của cạnh BB'		

Câu 12. Cho lăng trụ tam giác $ABC\cdot A'B'C'$ có I,K,G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC,A'B'C',ACC'$. Gọi M,M' lần lượt là trung điểm của $BC,B'C'$. Khi đó:
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$AMM'A'$ là hình bình hành		
b)	$\frac{AI}{AM}=\frac{AG}{AN}=\frac{1}{3}$		
c)	(IKG) cắt $(BCC'B')$		
d)	$(A'KG)//(AIB')$		

PHẦN III. TỰ LUẬN

Bài 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là tứ giác lồi. Lấy M,N,K lần lượt thuộc các cạnh AB,AD,SA.

a) Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng (MNK) và (SAC).
b) Xác định giao điểm (nếu có) của MK và mặt phẳng (SBD).

Bài 2. Cho tứ diện ABCD, M là điểm thuộc miền trong tam giác ACD ; E là điểm thuộc BM

a) Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng (ABM) và (BCD).
b) Xác định giao điểm của DE và mặt phẳng (ABC).

Bài 3. Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SD.

a) Tìm giao điểm của SC và mp(AMN).
b) Tìm giao điểm của DM và mp(SAC).
c) Tìm giao tuyến của mp(AMN) và mp(ABCD).

Bài 4. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BC và AC, K là điểm thay đổi trên cạnh AD.

a) Xác định Q là giao điểm của (MNK) và BD. Tìm vị trí của K để tứ giác MNKQ là hình bình hành.
b) Khi điểm K không là trung điểm cạnh AD. Gọi I là giao điểm của BD và mặt phẳng (MNK). Chứng minh NK, MI, CD đồng quy tại O.
c) Gọi d là giao tuyến của 2 mặt phẳng (ABO) và (MNK). Chứng minh d song song với mặt phẳng (ABC).

Bài 5. Cho tứ diện ABCD. Gọi M,N theo thứ tự là trọng tâm của tam giác ABC và tam giác ABD.

a) Chứng minh MN//CD.
b) Gọi E là trung điểm CD, P thuộc AE sao cho AE = 3AP. Tìm K, H lần lượt là giao điểm của (MNP) với BC và BD. Tính tỉ số BK/BC.

Bài 6. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SB và SD, P thuộc cạnh SC (P không trùng với trung điểm của SC).

a) Chứng minh MN // (ABCD)
b) Tìm giao điểm Q của SA với mặt phẳng (MNP).
c) Gọi I, J, K lần lượt là giao điểm của QM và AB, QP và AC, QN và AD. Chứng minh I,J,K thẳng hàng.

Bài 7. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình thang đáy lớn AB. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAD và tam giác SBC.

a) Chứng minh MN // mp(SAB) ; MN // mp(SCD)
b) Xác định giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAD) và (SBC) ; mp (SAB) và mp(SCD)
c) Tìm giao điểm của SB với mặt phẳng (DMN) ; giao điểm của DN và (SAB)
d) Gọi K là trọng tâm tam giác ABC. Chứng minh MK // (SAB)

Bài 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SD.

a) Chứng minh $(OMN)//(SBC)$.

b) Tìm giao tuyến mp(OMN) và mp(ABCD)

Bài 9. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M,N sao cho $AM=BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M,N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'. Chứng minh:

a) (ADF) // (BCE); b) (DEF) // (MM'N'N).

Bài 10. Cho tứ diện ABCD, gọi G_1, G_2, G_3, là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD.

Chứng minh mp(G_1 G_2G_3) // mp(BCD).

Bài 12*. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA_1B_1C_1$. M là một điểm nằm trên đường chéo AB_1 của mặt bên A_1B_1B sao cho $\frac{AM}{MB_1}=\frac{5}{4}$. Gọi ($\alpha$) là mp qua M và song song với A_1C và BC_1. Xác định giao tuyến của mp (α) với các mặt của hình lăng trụ. Tìm tỉ số mà mp(α) chia đoạn CC_1.

Bài 13: Cho hình lăng trụ tam giác ABCA'B'C'. Gọi H là trung điểm A'B'

a) Chứng minh CB' // mp(AHC')
b) Tìm giao điểm của AC' với mp(BCH)
c) Gọi mp(α) là mp qua trung điểm M của CC' và song song với AH và CB'. Tìm giao tuyến của mp(α) với (BCC'B') và (ABB'A')

Bài 14. Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Gọi M, N là 2 điểm nằm trên AD, CC' sao cho $\frac{AM}{MD}=\frac{CN}{NC'}$.

Chứng minh đt MN // mp(ACB').

Bài 15. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I,K,G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC,A'B'C'$ và ACC'. Chứng minh $(IGK)//(BB'C'C)$ và $(A'KG)//(AIB)$.