TRƯỜNG THPT YÊN HÒA
BỘ MÔN: TOÁN

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ I
NĂM HỌC 2026 - 2027
MÔN: TOÁN - KHỐI 11

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT, KTCB:

PHẦN	TT	KIẾN THỨC	CÁC DẠNG TOÁN
ĐẠI SỐ	1	**Chương I: Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác**	1. Góc lượng giác
			2. Giá trị lượng giác của góc lượng giác
			3. Áp dụng tính chất của GTLG
			4. GTLG của các góc có liên quan đặc biệt
			5. Tính giá trị biểu thức sử dụng các phép biến đổi lượng giác.
			6. TXĐ; tính chẵn lẻ, tính đồng biến nghịch biến của hàm số. GTLN, GTNN của hàm số lượng giác.
			7. Giải phương trình lượng giác.
	2	**Chương II: Dãy số. Cấp số cộng và Cấp số nhân**	1. Xác định số hạng dãy số
			2. Xét tính tăng giảm, bị chặn của dãy số
			3. Xác định số hạng, công sai của CSC
			4. Tính tổng n số hạng đầu tiên của CSC
			5. Xác định số hạng, công bội của CSN
			6. Tính tổng n số hạng đầu tiên của CSN
	3	**Chương III: Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm**	1. Mẫu số liệu ghép nhóm
			2. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm
	4	**Chương V: Giới hạn. Hàm số liên tục**	1. Tính giới hạn của dãy số và ứng dụng
			2. Tính giới hạn của hàm số và ứng dụng
			3. Xét tính liên tục tại một điểm, trên một khoảng, đoạn.
HÌNH HỌC	5	**Chương IV: Quan hệ song song trong không gian**	1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.
			2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.
			3. Chứng minh ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng qui.

			4. Chứng minh hai đường thẳng song song.
			5. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng.
			6. Chứng minh hai mặt phẳng song song

B. LUYỆN TẬP:

PHẦN ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

CHƯƠNG 1: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

1. Câu hỏi TNKQ Nhiều lựa chọn

BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

Câu 1: Góc có số đo 108° đổi ra radian là

A. $\frac{3\pi}{5}$. **B.** $\frac{\pi}{10}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Câu 2: Biết một số đo của góc $(Ox,Oy)=\frac{3\pi}{2}+2001\pi$. Giá trị tổng quát của góc (Ox,Oy) là

A. $(Ox,Oy)=\frac{3\pi}{2}+k\pi$. **B.** $(Ox,Oy)=\pi+k2\pi$.

C. $(Ox,Oy)=\frac{\pi}{2}+k\pi$. **D.** $(Ox,Oy)=\frac{\pi}{2}+k2\pi$.

Câu 3: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là

A. 240°. **B.** 135°. **C.** 72°. **D.** 270°.

Câu 4: Cho $(Ox,Oy)=22^\circ30'+k360^\circ$. Với k bằng bao nhiêu thì $(Ox,Oy)=1822^\circ30'$?

A. $k\in\varnothing$. **B.** $k=3$. **C.** $k=-5$. **D.** $k=5$.

Câu 5: Giá trị k để góc $\alpha=\frac{\pi}{2}+k2\pi$ thỏa mãn $10\pi<\alpha<11\pi$ là

A. $k=4$. **B.** $k=6$. **C.** $k=7$. **D.** $k=5$.

Câu 7: Xét góc lượng giác $(OA;OM)=\alpha$, trong đó M là điểm không làm trên các trục tọa độ Ox và Oy. Khi đó M thuộc góc phần tư nào để $\sin\alpha$ và $\cos\alpha$ cùng dấu

A. I và (II). **B.** I và (III). **C.** I và (IV). **D.** (II) và (III).

Câu 8: Cho α là góc tù. Điều khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin\alpha<0$. **B.** $\cos\alpha>0$. **C.** $\tan\alpha<0$. **D.** $\cot\alpha>0$.

Câu 9: Cho $a=\frac{\pi}{3}+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$. Để $a\in(19;27)$ thì giá trị của k là

A. $k=2$, $k=3$. **B.** $k=3$, $k=4$. **C.** $k=4$, $k=5$. **D.** $k=5$, $k=6$.

Câu 10: Cho góc lượng giác (OA,OB) có số đo bằng $\frac{\pi}{5}$. Hỏi trong các số sau, số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc lượng giác (OA,OB)?

A. $\frac{6\pi}{5}$. **B.** $-\frac{11\pi}{5}$. **C.** $\frac{9\pi}{5}$. **D.** $\frac{31\pi}{5}$.

Câu 11: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

A. 30°. **B.** 40°. **C.** 50°. **D.** 60°.

Câu 12: Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng.Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng $6,5$ cm (lấy $\pi=3,1416$).

A. 22054 cm. **B.** 22063 cm. **C.** 22054 mm. **D.** 22044 cm.

Câu 13: Trong mặt phẳng định hướng cho ba tia Ou, Ov, Ox. Xét các hệ thức sau:

(I). $sđ(Ou,Ov) = sđ(Ou,Ox) + sđ(Ox,Ov) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(II). $sđ(Ou,Ov) = sđ(Ox,Ov) + sđ(Ox,Ou) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(III). $sđ(Ou,Ov) = sđ(Ov,Ox) + sđ(Ox,Ou) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hệ thức nào là hệ thức Chasles về số đo các góc:

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (III). **D.** Chỉ (I) và (III).

Câu 14: Nếu góc lượng giác có $sđ(Ox,Oz) = -\dfrac{63\pi}{2}$ thì hai tia Ox và Oz

A. Trùng nhau. **B.** Vuông góc.

C. Tạo với nhau một góc bằng $\dfrac{3\pi}{4}$. **D.** Đối nhau.

Câu 15: Có bao nhiêu điểm M trên đường tròn định hướng gốc A thoả mãn sđ $AM = \dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 12.

Câu 16: Xét góc lượng giác $\dfrac{\pi}{4}$, trong đó M là điểm biểu diễn của góc lượng giác. Khi đó M thuộc góc phần tư nào?

A. Ⅰ. **B.** Ⅱ. **C.** Ⅲ. **D.** Ⅳ.

Câu 17: Giá trị $\cot\dfrac{89\pi}{6}$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18: Cho $\dfrac{\pi}{2} < a < \pi$. Kết quả đúng là

A. $\sin a > 0$, $\cos a > 0$. **B.** $\sin a < 0$, $\cos a < 0$.

C. $\sin a > 0$, $\cos a < 0$. **D.** $\sin a < 0$, $\cos a > 0$.

Câu 19: Cho $2\pi < a < \dfrac{5\pi}{2}$. Kết quả đúng là

A. $\tan a > 0$, $\cot a > 0$. **B.** $\tan a < 0$, $\cot a < 0$.

C. $\tan a > 0$, $\cot a < 0$. **D.** $\tan a < 0$, $\cot a > 0$.

Câu 20: Chọn đẳng thức **sai** trong các đẳng thức sau

A. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$. **B.** $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$.

C. $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$. **D.** $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = \cot x$.

Câu 21: Đơn giản biểu thức $\text{A} = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right)$, ta có:

A. $A = 2\sin a$. **B.** $A = 2\cos a$. **C.** $A = \sin a - \cos a$. **D.** $A = 0$.

Câu 22: Trong các giá trị sau, $\sin\alpha$ có thể nhận giá trị nào?

A. $-0,7$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 23: Trong các công thức sau, công thức nào sai?

A. $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$. **B.** $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}\left(\alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $1+\cot^2\alpha=\frac{1}{\sin^2\alpha}\left(\alpha\neq k\pi,k\in\mathbb{Z}\right)$. **D.** $\tan\alpha+\cot\alpha=1\left(\alpha\neq\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 24: Cho biết $\tan\alpha=\frac{1}{2}$. Tính $\cot\alpha$

A. $\cot\alpha=2$. **B.** $\cot\alpha=\frac{1}{4}$. **C.** $\cot\alpha=\frac{1}{2}$. **D.** $\cot\alpha=\sqrt{2}$.

Câu 25: Cho $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Giá trị của $\cos\alpha$ là:

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $-\frac{4}{5}$. **C.** $\pm\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{16}{25}$.

Câu 26: Cho $\tan\alpha=2$. Giá trị của $A=\frac{3\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$ là:

A. 5. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 7. **D.** $\frac{7}{3}$.

Câu 27: Các cặp đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?

A. $\sin\alpha=1$ và $\cos\alpha=1$. **B.** $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ và $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ và $\cos\alpha=-\frac{1}{2}$. **D.** $\sin\alpha=\sqrt{3}$ và $\cos\alpha=0$.

Câu 28: Cho tam giác AB**C.** Hãy tìm mệnh đề **sai**

A. $\sin\frac{A+C}{2}=\cos\frac{B}{2}$. **B.** $\cos\frac{A+C}{2}=\sin\frac{B}{2}$.

C. $\sin(A+B)=\sin C$. **D.** $\cos(A+B)=\cos C$.

Câu 29: Đơn giản biểu thức $\mathrm{A}=\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)+\sin(\alpha-\pi)$, ta có

A. $A=\cos a+\sin a$. **B.** $A=2\sin a$. **C.** $A=\sin a-\cos a$. **D.** $A=0$.

Câu 30: Cho $\cos\alpha=-\frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Giá trị của $\sin\alpha$ và $\tan\alpha$ lần lượt là

A. $-\frac{5}{13};\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{2}{3};-\frac{5}{12}$. **C.** $-\frac{5}{13};\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{5}{13};-\frac{5}{12}$.

Câu 31: Cho $\tan\alpha=-\frac{4}{5}$ với $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$. Khi đó:

A. $\sin\alpha=-\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos\alpha=-\frac{5}{\sqrt{41}}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos\alpha=\frac{5}{\sqrt{41}}$.

C. $\sin\alpha=-\frac{4}{\sqrt{41}}$ $\cos\alpha=\frac{5}{\sqrt{41}}$. **D.** $\sin\alpha=\frac{4}{\sqrt{41}}$, $\cos\alpha=-\frac{5}{\sqrt{41}}$.

BÀI 2. CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Câu 32: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a.$ **B.** $\cos 2a = \cos^2 a + \sin^2 a.$

C. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1.$ **D.** $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a.$

Câu 33: Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\cos(a-b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b.$ **B.** $\cos(a+b) = \cos a.\cos b + \sin a.\sin b.$

C. $\sin(a-b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b.$ **D.** $\sin(a+b) = \sin a.\cos b - \cos.\sin b.$

Câu 34: Trong các công thức sau, công thức nào đúng?

A. $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$ **B.** $\tan(a-b) = \tan a - \tan b.$

C. $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$ **D.** $\tan(a+b) = \tan a + \tan b.$

Câu 35: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos a \cos b = \dfrac{1}{2}\left[\cos(a-b) + \cos(a+b)\right].$ **B.** $\sin a \sin b = \dfrac{1}{2}\left[\cos(a-b) - \cos(a+b)\right].$

C. $\sin a \cos b = \dfrac{1}{2}\left[\sin(a-b) + \sin(a+b)\right].$ **D.** $\sin a \cos b = \dfrac{1}{2}\left[\sin(a-b) - \cos(a+b)\right].$

Câu 36: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

A. $\cos a + \cos b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}.\cos\dfrac{a-b}{2}.$ **B.** $\cos a - \cos b = 2\sin\dfrac{a+b}{2}.\sin\dfrac{a-b}{2}.$

C. $\sin a + \sin b = 2\sin\dfrac{a+b}{2}.\cos\dfrac{a-b}{2}.$ **D.** $\sin a - \sin b = 2\cos\dfrac{a+b}{2}.\sin\dfrac{a-b}{2}.$

Câu 37: Rút gọn biểu thức: $\sin(a-17°).\cos(a+13°) - \sin(a+13°).\cos(a-17°)$, ta được:

A. $\sin 2a.$ **B.** $\cos 2a.$ **C.** $-\dfrac{1}{2}.$ **D.** $\dfrac{1}{2}.$

Câu 38: Rút gọn biểu thức: $\cos 54°.\cos 4° - \cos 36°.\cos 86°$, ta được:

A. $\cos 50°.$ **B.** $\cos 58°.$ **C.** $\sin 50°.$ **D.** $\sin 58°.$

Lời giải.

Chọn D.

Câu 39: Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \dfrac{1}{7}$ và $\tan b = \dfrac{3}{4}$. Tính $a+b$.

A. $\dfrac{\pi}{3}.$ **B.** $\dfrac{\pi}{4}.$ **C.** $\dfrac{\pi}{6}.$ **D.** $\dfrac{2\pi}{3}.$

Câu 40: Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức **SAI.**

A. $\sin\dfrac{A+B+3C}{2} = \cos C.$ **B.** $\cos(A+B-C) = -\cos 2C.$

C. $\tan\dfrac{A+B-2C}{2} = \cot\dfrac{3C}{2}.$ **D.** $\cot\dfrac{A+B+2C}{2} = \tan\dfrac{C}{2}.$

Câu 41: Cho A, B, C là ba góc của một tam giác. Hãy chỉ ra hệ thức **SAI.**

A. $\cos\dfrac{A+B}{2} = \sin\dfrac{C}{2}.$ **B.** $\cos(A+B+2C) = -\cos C.$

C. $\sin(A+C) = -\sin B.$ **D.** $\cos(A+B) = -\cos C.$

Câu 42: Cho $\sin a = \dfrac{3}{5};\ \cos a < 0;\ \cos b = \dfrac{3}{4};\ \sin b > 0$. Giá trị $\sin(a-b)$ bằng:

A. $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7}+\frac{9}{4}\right)$. **B.** $-\frac{1}{5}\left(\sqrt{7}-\frac{9}{4}\right)$. **C.** $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7}+\frac{9}{4}\right)$. **D.** $\frac{1}{5}\left(\sqrt{7}-\frac{9}{4}\right)$.

BÀI 3. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 43: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm chẵn?

A. $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ **B.** $y=|\sin x|$ **C.** $y=1-\sin x$ **D.** $y=\sin x+\cos x$

Câu 44: Chọn phát biểu **đúng**:

A. Các hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\cot x$ đều là hàm số chẵn.

B. Các hàm số $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\cot x$ đều là hàm số lẻ.

C. Các hàm số $y=\sin x$, $y=\cot x$, $y=\tan x$ đều là hàm số chẵn

D. Các hàm số $y=\sin x$, $y=\cot x$, $y=\tan x$ đều là hàm số lẻ.

Câu 45: Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $y=\cos x$ là hàm số lẻ. **B.** Hàm số $y=\cot x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y=\sin x$ là hàm số lẻ. **D.** Hàm số $y=\tan x$ là hàm số lẻ.

Câu 46: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y=-2\cos x$. **B.** $y=-2\sin x$. **C.** $y=2\sin(-x)$. **D.** $y=\sin x-\cos x$.

Câu 47: Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y=\frac{\sin 2x}{2\cos x-3}$ thì $y=f(x)$ là

A. Hàm số chẵn. **B.** Hàm số lẻ.

C. Không chẵn không lẻ. **D.** Vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 48: Cho các hàm số: $y=\sin 2x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$. Có bao nhiêu hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T=\pi$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 49: Trong các hàm số $y=\tan x$; $y=\sin 2x$; $y=\sin x$; $y=\cot x$, có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất $f(x+k\pi)=f(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$, $k\in\mathbb{Z}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 50: Trong bốn hàm số: (1) $y=\cos 2x$, (2) $y=\sin x$; (3) $y=\tan 2x$; (4) $y=\cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 51: Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng nào dưới đây.

A. $\left(-\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{2}+k2\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left(\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$, $k\in\mathbb{Z}$.

C. $(-\pi+k2\pi;k2\pi)$, $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $(k2\pi;\pi+k2\pi)$, $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 52: Khẳng định nào sau đây sai?

A. $y=\tan x$ nghịch biến trong $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $y=\cos x$ đồng biến trong $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$.

C. $y=\sin x$ đồng biến trong $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$. **D.** $y=\cot x$ nghịch biến trong $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 53: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số $y=\cot x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$.

B. Hàm số $y=\sin x$ nghịch biến trên khoảng $(\pi;2\pi)$.

C. Hàm số $y=\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{2};\frac{5\pi}{2}\right)$.

Câu 54: Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y=\tan x$ tuần hoàn với chu kì 2π.

B. Hàm số $y=\cos x$ tuần hoàn với chu kì π.

C. Hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y=\cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 55: Với $x\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Cả hai hàm số $y=-\sin 2x$ và $y=-1+\cos 2x$ đều nghịch biến.

B. Cả hai hàm số $y=-\sin 2x$ và $y=-1+\cos 2x$ đều đồng biến.

C. Hàm số $y=-\sin 2x$ nghịch biến, hàm số $y=-1+\cos 2x$ đồng biến.

D. Hàm số $y=-\sin 2x$ đồng biến, hàm số $y=-1+\cos 2x$ nghịch biến.

Câu 56: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=-\cot x$.

Câu 57: Hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{6}\right)$:

A. $y=\cos x$. **B.** $y=\cot 2x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\cos 2x$.

Câu 58: Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)=\cos 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$ là:

A.

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y	-1	↗	1	↘	-1	↗	1	↘	-1

B.

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y	1	↘	-1	↗	1	↘	-1	↗	1

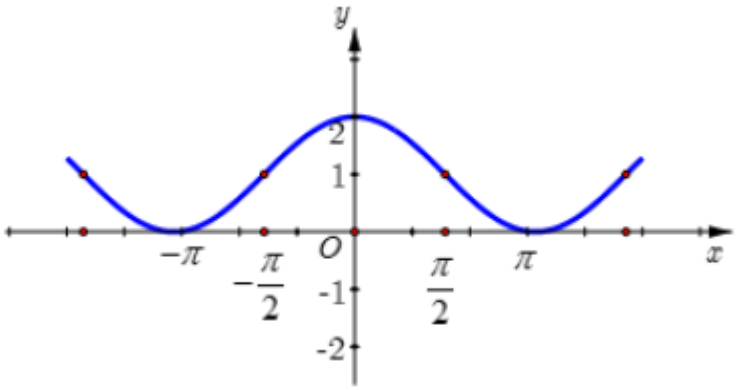
C.

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y	-2	↗	2	↘	-2	↗	2	↘	-2

D.

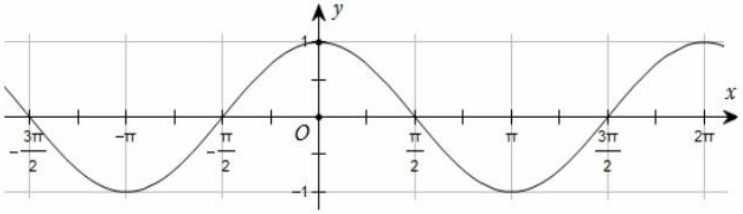
x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$
y	2	↘	2	↗	2	↘	-2	↗	2

Câu 59: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\cos x+1$. **B.** $y=2-\sin x$. **C.** $y=2\cos x$.**D.** $y=\cos^2 x+1$.

Câu 60: Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A. $y=1+\sin 2x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=-\sin x$. **D.** $y=-\cos x$.

Câu 61: Tập xác định của hàm số $y=2\sin x$ là

A. $[0;2]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[-2;2]$.

Lời giải

Hàm số $y=2\sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 62: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\cot x+\sin 5x+\cos x$

A. $D=R\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$ **B.** $D=R\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in Z\right\}$

C. $D=R\backslash\{k\pi,k\in Z\}$ **D.** $D=R\backslash\{k2\pi,k\in Z\}$

Câu 63: Chọn khẳng định **sai**?

A. Tập xác định của hàm số $y=\cot x$ là $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. Tập xác định của hàm số $y=\sin x$ là $\mathbb{R}$.

C. Tập xác định của hàm số $y=\cos x$ là $\mathbb{R}$.

D. Tập xác định của hàm số $y=\tan x$ là $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 64: Tập xác định của hàm số $y=\cot x$ là:

A. $\mathbb{R}\backslash\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\backslash\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 65: Tập xác định của hàm số $y=-\tan x$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 66: Tập $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{k\pi}{2}|k\in\mathbb{Z}\right\}$ là tập xác định của hàm số nào sau đây?

A. $y=\cot x$. **B.** $y=\cot 2x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\tan 2x$

Câu 67: Hàm số $y=\frac{2\sin x+1}{1-\cos x}$ xác định khi

A. $x\neq\frac{\pi}{2}+k2\pi$ **B.** $x\neq k\pi$ **C.** $x\neq k2\pi$ **D.** $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$

Câu 68: Tìm điều kiện xác định của hàm số $y=\frac{1-3\cos x}{\sin x}$

A. $x\neq k2\pi$. **B.** $x\neq\frac{k\pi}{2}$. **C.** $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$. **D.** $x\neq k\pi$.

Câu 69: Tập xác định của hàm số $y=\frac{\sin x+1}{\sin x-2}$ là

A. $(-2;+\infty)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 70: Tập xác định của hàm số $y=\frac{1-\cos x}{\sin x-1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi\right\}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi\}$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\{k2\pi\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi\right\}$

Câu 71: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2\sin x+1$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 3.

Câu 72: Tập giá trị của hàm số $y=\sin 2x$ là:

A. $[-2;2]$. **B.** $[0;2]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $[0;1]$.

Câu 73: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2-\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M=1;\ m=-1$. **B.** $M=2;\ m=1$. **C.** $M=3;\ m=0$. **D.** $M=3;\ m=1$.

Câu 74: Gọi m là giá trị lớn nhất của hàm số $y=3+2\sin 2x$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right]$. Giá trị m thỏa mãn hệ thức nào dưới đây?

A. $3<m<6$. **B.** $m^2=16$. **C.** $4<m<5$. **D.** $m=3+\sqrt{3}$.

Câu 75: Khi x thay đổi trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right)$ thì $y=\sin x$ lấy mọi giá trị thuộc

A. $\left[-1;-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **B.** $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right]$ **C.** $[-1;1]$. **D.** $\left[\frac{\sqrt{2}}{2};1\right]$.

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Câu 76: Phương trình $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 77: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = \sin 30°$ là

A. $S = \{30° + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150° + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $S = \{\pm 30° + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $S = \{\pm 30° + k360° \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $S = \{30° + 360° \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{150° + 360° \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 78: Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pi + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 79: Phương trình lượng giác: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{7\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$.

Câu 80: Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\left\{\dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 81: Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

A. $x = \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 82: Giải phương trình: $\tan^2 x = 3$ có nghiệm là:

A. $\mathrm{x} = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$. **B.** $\mathrm{x} = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi$. **C.** $\mathrm{x} = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi$. **D.** vô nghiệm.

Câu 83: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3\tan x = 0$ là:

A. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 84: Giải phương trình $\sqrt{3}\tan 2x - 3 = 0$.

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$.

2. Câu hỏi TNKQ Đúng -Sai

Câu 85: Các góc có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác:

a) $1127^\circ, -313^\circ$

b) $1127^\circ, -674$;

c) $\frac{61\pi}{5}, -\frac{19\pi}{5}$

d) $\frac{61\pi}{5}, -\frac{23\pi}{4}$.

Câu 86: Cho biết $\sin\alpha = \frac{3}{5}, \cos\alpha = -\frac{4}{5}$. Và các biểu thức: $A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)$;

$B = \cos(\pi - \alpha) + \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$. Khi đó

a) $A = \cos\alpha - \sin\alpha$

b) $B = \cos\alpha + \tan\alpha$

c) $A + B = \frac{27}{20}$

d) $A - B = -\frac{29}{20}$

Câu 87: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x, biết: $\sin x = -\frac{3}{5}$ với $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

a) $\cos x > 0$

b) $\cos x = -\frac{4}{5}$

c) $\tan x = \frac{3}{4}$

d) $\cot x = \frac{4}{3}$

Câu 88: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Ta có

a) $\sin\alpha.\cos\alpha < 0$

b) $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right).\sin\alpha < 0$

c) $\tan(\alpha - 3\pi).\cot(\alpha + 3\pi) = 1$

d) $\cos 3\alpha < 0$

Câu 89: Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a) $\cos(a-b) = \sin a.\sin b + \cos a.\cos b$

b) $\cos(a+b) = \sin a.\sin b - \cos a.\cos b$

c) $\sin(a-b) = \sin a.\cos b - \cos a.\sin b$

d) $\sin(a+b) = \sin a.\cos b + \cos a.\sin b$

Câu 90: Cho hàm số $f(x) = \cos x$ và $g(x) = \sin x$.

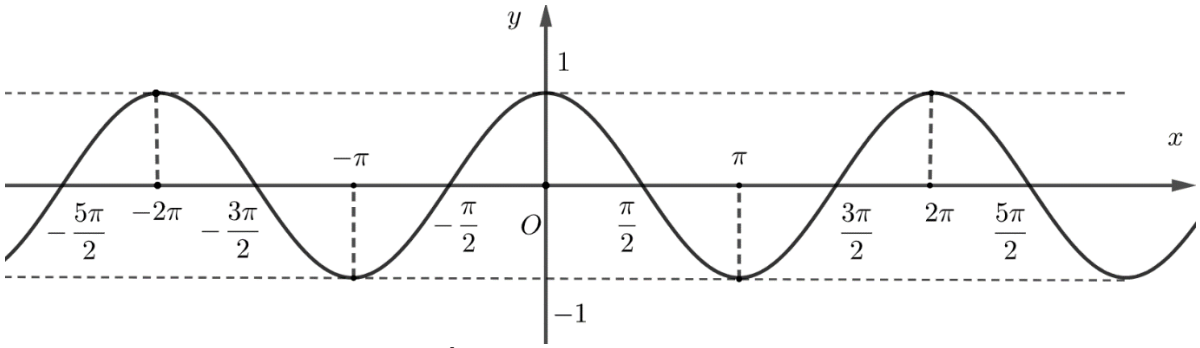
a) Hàm số $g(x)$ là hàm số chẵn.

b) Trong khoảng $(0; 2\pi)$ đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại hai điểm.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) + g(x)$ bằng 2.

d) Hàm số $y=f(x)+g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=-\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 91: Cho hàm số $y=\cos x$ có đồ thị như hình vẽ.



Xác định tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số trên là hàm số chẵn.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{3\pi}{2};-\pi\right)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ là 0.

d) Phương trình $3\cos x-2=0$ có 4 nghiệm phân biệt trên khoảng $(-2\pi;2\pi)$.

Câu 92: Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a) Phương trình $\sqrt{3}+2\sin x=0$ có nghiệm là $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;x=-\dfrac{4\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

b) Phương trình $\sin 3x=\sin x$ có các nghiệm là $x=k\pi;x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$

c) Phương trình $\tan\left(3x-15^0\right)=\sqrt{3}$ có các nghiệm là $x=25^0+k360^0,k\in\mathbb{Z}.$

d) Phương trình $\cos 2x=1$ có nghiệm là $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 93: Cho phương trình $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

a) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\dfrac{\pi}{6}$.

b) Công thức nghiệm của phương trình đã cho là $2x+\dfrac{\pi}{3}=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

c) Tập nghiệm của phương trình đã cho là $\left\{-\dfrac{\pi}{12}+k\pi;\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

d) Số nghiệm của phương trình đã cho trên $[-2\pi;5\pi]$ là 7.

Câu 94 : Một con tàu vũ trụ được phóng lên từ mũi Ca-na-vơ-ran (Canaveral) ở Mĩ. Nó chuyển động theo một quỹ đạo được mô tả trên một bản đồ phẳng (quanh đường xích đạo) của mặt đất như hình vẽ; điểm M mô tả cho con tàu, đường thẳng Δ mô tả cho đường xích đạo. Khoảng cách h

(kilômet) từ M đến Δ được tính theo công thức $h=|d|$, trong đó $d=4000\cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right]$, với t (phút) là thời gian trôi qua kể từ khi con tàu đi vào quỹ đạo, $d>0$ nếu M ở phía trên Δ, $d<0$ nếu M ở phía dưới Δ.



a) Giả thiết rằng con tàu đi vào quỹ đạo ngay từ khi phóng lên tại mũi Ca-na-vơ-ran (tức là ứng với $t=0$). Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng Δ, trong đó C là điểm trên bản đồ biểu diễn cho mũi Ca-na-vơ-ran là $\approx 3064{,}178(km)$.

b) Thời điểm sớm nhất sau khi con tàu đi vào quỹ đạo mà con tàu di chuyển trên đường thẳng Δ là 32 phút.

c) Thời điểm sớm nhất sau khi con tàu đi vào quỹ đạo để có $d=2000km$ là 25 phút.

d) Trong khoảng thời gian từ khi bắt đầu đến 50 phút có 2 thời thời điểm con tàu đi vào quỹ đạo và cách đường thẳng Δ là $2000(km)$.

3. Câu hỏi TNKQ Trả lời ngắn

Câu 95: Cho góc α thỏa mãn $\cos\alpha=-\frac{1}{2}$. Giá trị của $\cos 2\alpha$ bằng bao nhiêu?

Câu 96: Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x)=3-\frac{1}{5}\sin^2 x\cos^2 x$.

Câu 97: Tập giá trị của hàm số $y=\cos 2x$ là $[a;b]$. Tổng $T=a+2b$ bằng…….

Câu 98: Hàm số $y=\sin 3x$ có chu kỳ tuần hoàn là $T=\frac{a}{b}\pi$ với $a,b\in\mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Giá trị của biểu thức a^2-b^2 bằng…..

Câu 99: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là bao nhiêu?

Câu 100: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 10 vòng trong 5 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 2 phút (đơn vị tính bằng mét và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, lấy $\pi=3{,}14$), biết rằng đường kính của bánh xe đạp là $0{,}7m$.

Câu 101: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos^2 2x=m+1$ có nghiệm.

Câu 102: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $m\cos x - m^2 - 8 = 2\cos x - 6m$ có nghiệm.

Câu 103: Tổng các nghiệm của phương trình $2\sin(x+40°) = \sqrt{3}$ trên khoảng $(-180°;180°)$ là……..

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 104: Cho biết một GTLG, tính các GTLG còn lại, với:

a) $\cos a = \frac{4}{5}, 270^0 < a < 360^0$

b) $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$

c) $\sin a = \frac{5}{13}, \frac{\pi}{2} < a < \pi$

d) $\sin\alpha = -\frac{1}{3}, 180^0 < \alpha < 270^0$

e) $\tan a = 3, \pi < a < \frac{3\pi}{2}$

f) $\tan\alpha = -2, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

g) $\cot 15^0 = 2 + \sqrt{3}$

h) $\cot\alpha = 3, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

Câu 105 : Cho $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ và $90^0 < \alpha < 180^0$. Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot\alpha - 2\tan\alpha}{\tan\alpha + 3\cot\alpha}$.

Câu 106: Cho biết một GTLG, tính giá trị của biểu thức, với:

a) $B = \frac{8\tan^2 a + 3\cot a - 1}{\tan a + \cot a}$ *khi* $\sin a = \frac{1}{3}, 90^0 < a < 180^0$

b) $C = \frac{\sin^2 a + 2\sin a.\cos a - 2\cos^2 a}{2\sin^2 a - 3\sin a.\cos a + 4\cos^2 a}$ *khi* $\cot a = -3$

Câu 107 : Đơn giản biểu thức $A = (1 - \sin^2 x).\cot^2 x + (1 - \cot^2 x).$

Câu 108: Chứng minh biểu thức $D = \cos^2 x.\cot^2 x + 3\cos^2 x - \cot^2 x + 2\sin^2 x$ không phụ thuộc x.

Câu 109: Đơn giản biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$.

Câu 110: Tính giá trị của biểu thức $M = \cos(-53°).\sin(-337°) + \sin 307°.\sin 113°$

Câu 111: Cho $\sin a + \cos a = \frac{5}{4}$. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \sin a.\cos a$ b) $B = \sin a - \cos a$ c) $C = \sin^3 a - \cos^3 a$

Câu 112: Cho $\tan a - \cot a = 3$. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \tan^2 a + \cot^2 a$ b) $B = \tan a + \cot a$ c) $C = \tan^4 a - \cot^4 a$

Câu 113: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $B = \cos(\pi - x) + \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - tg\left(\frac{\pi}{2} + x\right)cotg\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

b) $C = \frac{\sin(-4,8\pi).\sin(-5,7\pi)}{\cot g(-5,2\pi)} + \frac{\cos(-6,7\pi).\cos(-5,8\pi)}{tg(-6,2\pi)}$

Câu 114: Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A=\dfrac{\sin(-328^0).\sin 958^0}{\cot 572^0}-\dfrac{\cos(-508^0).\cos(-1022^0)}{\tan(-212^0)}$

b) $A=\dfrac{\cos(-288°).\cot 72°}{\tan(-162°).\sin 108°}-\tan 18°$

c) $A=\sin 160^0.cos 110^0+\sin 250^0.cos 340^0+tg 110^0.tg 340^0$

Câu 114: CMR biểu thức $A=\cos^2 x+\cos^2\left(\dfrac{\pi}{3}+x\right)+\cos^2\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)$ không phụ thuộc x

Câu 115: Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\tan a.\tan b=\dfrac{\tan a+\tan b}{\cot a+\cot b}$ b) $\dfrac{\sin a}{\sin a-\cos a}-\dfrac{\cos a}{\cos a-\sin a}=\dfrac{1+\cot^2 a}{1-\cot^2 a}$

c) $1-\dfrac{\sin^2 a}{1+\cot a}-\dfrac{\cos^2 a}{1+\tan a}=\sin a.\cos a$ d) $\dfrac{\sin^2 a}{\sin a-\cos a}-\dfrac{\sin a+\cos a}{\tan^2 a-1}=\sin a+\cos a$

Câu 116: Tính giá trị của biểu thức lượng giác, khi biết:

a) $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)\ khi\ \sin\alpha=\dfrac{3}{5},\ \dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$

b) $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\alpha\right)\ khi\ \sin\alpha=-\dfrac{12}{13},\ \dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$

Câu 117 : Rút gọn biểu thức:

a. $A=\cos(120°-x)+\cos(120°+x)-\cos x$. b. $B=\dfrac{\sin x+\sin 2x+\sin 3x}{\cos x+\cos 2x+\cos 3x}$

Câu 118: Tính giá trị của các biểu thức lượng giác sau:

a) A = $\sin^2 20^o+\sin^2 100^o+\sin^2 140^o$

b) B = $\cos^2 10^o+\cos 110^o+\cos^2 130^o$

Câu 119: Tính giá trị của biểu thức lượng giác, khi biết:

a) $\cos 2\alpha,\ \sin 2\alpha,\ \tan 2\alpha\ \ khi\ \cos\alpha=-\dfrac{5}{13},\ \pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$

b) $\cos 2\alpha,\ \sin 2\alpha,\ \tan 2\alpha\ \ khi\ \tan\alpha=2$

Câu 120: Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $A=\cos 20^o.\cos 40^o.\cos 60^o.\cos 80^o$

b) $B=\sin 10^o.\sin 50^o.\sin 70^o$

Câu 121: Rút gọn biểu thức

1) $A=\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}.tg^2\left(\dfrac{x}{2}\right)-cos^2 x$

2) $B=\dfrac{\sin 3x.cos 5x-\sin 5x.cos 3x}{\cos x}$

3) $C=\dfrac{2}{\sin 4x}-\cot g 2x$

4) $D=\dfrac{\sin^2 2x-4\sin^2 x}{\sin^2 2x+4\sin^2 x-4}$

5) $E=\dfrac{cotg\dfrac{a}{2}+tg\dfrac{a}{2}}{cotg\dfrac{a}{2}-tg\dfrac{a}{2}}$

6) $H=\dfrac{2cos^2a-1}{2tg\left(\dfrac{\pi}{4}-a\right).\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}+a\right)}$

Câ 122: Chứng minh đẳng thức

1) $4.cos^4x-2cos2x-\dfrac{1}{2}cos4x=\dfrac{3}{2}$

2) $cos^3x.\sin x-\sin^3 x.cosx=\dfrac{\sin 4x}{4}$

3) $\sin^4 x+cos^4x=\dfrac{1}{4}.cos4x+\dfrac{3}{4}$

4) $\dfrac{1+\sin x}{\cos x}=\cot g\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}\right)$

Câu 123: Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau

a) $y=2\cos 3x$ b) $y=x+\sin x$

c) $y=x.\cot x+\cos x$ d) $y=x^2+\tan|x|$

Câu 124: Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau

a) $y=2x\sin x.$ b) $y=\cos x+\sin 2x.$

c) $y=\dfrac{\cos 2x}{x}.$ d) $y=\tan^7 2x.\sin 5x.$

Câu 125: Xét tính tuần hoàn và tìm chu kì (nếu có) của các hàm số sau:

a) $y=1-\sin 5x.$ b) $y=\cos^2 x-1.$

Câu 126: Khảo sát sự biến thiên của các hàm số sau

a) $y=\sin x$ trên $\left(-\dfrac{\pi}{4};\ \dfrac{\pi}{3}\right)$ b) $y=\cos x$ trên $\left(\dfrac{\pi}{3};\ \dfrac{3\pi}{2}\right)$

c) $y=\cot\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ trên $\left(-\dfrac{3\pi}{4};\ -\dfrac{\pi}{2}\right)$ d) $y=\tan\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ trên $\left(-\dfrac{\pi}{4};\ \dfrac{\pi}{2}\right)$

Câu 127: Tìm tập xác định của các hàm số sau?

a) $y=\cos x+\sin x$ b, $y=\dfrac{1+\tan x}{\sin x}$

c, $y=\cot\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$ d) $y=\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$

Câu 128: Giải các phương trình sau:

a) $\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{4}$

b) $\sin\left(3x-30^\circ\right)=\sin 45^\circ$

c) $\sin\left(3x-\frac{3\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right)$

d) $\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)=0$

e) $\cos\left(-x+\frac{\pi}{3}\right)=1$

f) $\cos\left(5x-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(\frac{7\pi}{4}-2x\right)$

g) $\cos\left(2x+25^\circ\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

h) $\cos\left(\frac{\pi}{6}-2x\right)=-\frac{1}{4}$

Câu 129: Giải các phương trình sau:

a) $\tan\left(2x-1\right)=\tan\left(-x+\frac{\pi}{3}\right)$

b) $\tan\left(3x-10^\circ\right)=\sqrt{3}$

c) $3\tan\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-1$

d) $\cot\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=1$

e) $2\cot\left(3x\right)=3$

f) $\cot\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cot\left(-2x+\frac{\pi}{6}\right)$

CHƯƠNG 2: DÃY SỐ. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

1. Câu hỏi TNKQ Nhiều lựa chọn

BÀI 1. DÃY SỐ

Câu 1: Cho dãy số u_n , biết $u_n=\frac{2n+1}{n+2}$. Viết năm số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1=1,u_2=\frac{3}{4},u_3=\frac{7}{5},u_4=\frac{3}{2},u_5=\frac{11}{7}$.

B. $u_1=1,u_2=\frac{5}{4},u_3=\frac{7}{5},u_4=\frac{3}{2},u_5=\frac{11}{7}$.

C. $u_1=1,u_2=\frac{5}{4},u_3=\frac{8}{5},u_4=\frac{3}{2},u_5=\frac{11}{7}$

D. $u_1=1,u_2=\frac{5}{4},u_3=\frac{7}{5},u_4=\frac{7}{2},u_5=\frac{11}{3}$.

Câu 2: Cho dãy số u_n , biết $u_n=\frac{n}{3^n-1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4}$.

Câu 3: Cho dãy số u_n , biết $u_n=\frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Câu 4: Cho dãy số u_n , biết $u_n=\frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Câu 5: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ với $u_n=\frac{n+1}{n}$. Tính u_5.

A. 5.

B. $\frac{6}{5}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. 1.

Câu 6: Cho dãy số u_n với $u_n=\frac{n^2+3n+7}{n+1}$.

Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** Không có.

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B, C đều sai

Câu 8: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{n+5}{n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Có số hạng $u_{n+1} = \dfrac{n+5}{n+2} + 1$

Câu 9: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n = \dfrac{n}{2^n}$. **B.** $u_n = \dfrac{n}{2n^2+1}$. **C.** $u_n = \dfrac{n^2+1}{3n+2}$. **D.** $u_n = (-2)^n\sqrt{n^2-1}$.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{5n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B, C đều sai

Câu 11: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Cả A, B, C đều đúng

Câu 12: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{-1}{2n+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.

C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Câu 13: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{4n+5}{n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.

C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Câu 14: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \dfrac{n^3}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Dãy số bị chặn. **B.** Dãy số bị chặn trên.

C. Dãy số bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn

Câu 15: Trong các dãy số sau dãy số nào bị chặn ?

A. Dãy (a_n), với $a_n = \sqrt{n^3+n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. Dãy (b_n), với $b_n = n^2 + \dfrac{1}{2n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy (c_n), với $c_n = (-2)^n + 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. Dãy (d_n), với $d_n = \dfrac{3n}{n^3+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

BÀI 2. CẤP SỐ CỘNG

Câu 16: Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

A. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2,\ \forall n \geq 1 \end{cases}$. **B.** $(u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1,\ \forall n \geq 1 \end{cases}$.

C. (u_n): 1; 3; 6; 10; 15; …. **D.** (u_n): −1; 1; −1; 1; −1; ….

Câu 17: Trong các dãy số sau, có bao nhiêu dãy số là cấp số cộng?

a) Dãy số (u_n) với $u_n = 4n$. b) Dãy số (v_n) với $v_n = 2n^2 + 1$.

b) Dãy số (w_n) với $w_n = \frac{n}{3} - 7$. d) Dãy số (t_n) với $t_n = \sqrt{5} - 5n$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 18: Xác định a để 3 số $1+2a; 2a^2-1; -2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của a. **B.** $a = \pm\frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $a = \pm 3$. **D.** $a = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19: Các dãy số có số hạng tổng quát u_n. Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là cấp số cộng?

A. $u_n = 2n + 5$. **B.** $49, 43, 37, 31, 25$. **C.** $u_n = 1 + 3^n$. **D.** $u_n = (n+3)^2 - n^2$.

Câu 20: Biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng.

A. 50. **B.** 70. **C.** 30. **D.** 80.

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ công sai $d = 2$. Giá trị u_2 bằng

A. 14. **B.** 9. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** 5

Câu 22: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d

A. $d = \frac{11}{3}$. **B.** $d = \frac{10}{3}$. **C.** $d = \frac{3}{10}$. **D.** $d = \frac{3}{11}$.

Câu 23: Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n.

A. 9. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 24: Cho dãy số vô hạn $\{u_n\}$ là cấp số cộng có công sai d, số hạng đầu u_1. Hãy chọn khẳng định sai?

A. $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$. **B.** $u_n = u_{n-1} + d$, $n \geq 2$.

C. $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$. **D.** $u_n = u_1 + (n-1).d$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 25: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n.

A. $u_n = 1 + 4n$. **B.** $u_n = 5n$. **C.** $u_n = 3 + 2n$. **D.** $u_n = 2 + 3n$.

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

A. $S_{16} = -24$. **B.** $S_{16} = 26$. **C.** $S_{16} = -25$. **D.** $S_{16} = 24$.

Câu 27: Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?

A. $6, 12, 18$. **B.** $8, 13, 18$. **C.** $7, 12, 17$. **D.** $6, 10, 14$.

Câu 28: Một đồng hồ đánh giờ, khi kim giờ chỉ số n (từ 1 đến 12) thì đồng hồ đánh đúng n tiếng. Hỏi trong một ngày (24 giờ) đồng hồ đánh được bao nhiêu tiếng?

A. 156. **B.** 152. **C.** 148. **D.** 160.

Câu 29: Sinh nhật lần thứ 17 của An vào ngày 01 tháng 5 năm 2018. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá 3850000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình nên An quyết định bỏ ống heo 1000 đồng vào ngày 01 tháng 02 năm 2018. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của mình, An có bao nhiêu tiền (tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018)?

A. 4095000 đồng. **B.** 89000 đồng. **C.** 4005000 đồng. **D.** 3960000 đồng.

Câu 30: Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, …, cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

A. 77. **B.** 79. **C.** 76. **D.** 78.

Câu 31: Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

A. 2250. **B.** 1740. **C.** 4380. **D.** 2190.

BÀI 3. CẤP SỐ NHÂN

Câu 32: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $128;\ -64;\ 32;\ -16;\ 8;\ ...$ **B.** $\sqrt{2};\ 2;\ 4;\ 4\sqrt{2};\ ....$

C. $5;\ 6;\ 7;\ 8;\ ...$ **D.** $15;\ 5;\ 1;\ \frac{1}{5};\ ...$

Câu 33: Trong các dãy số sau, dãy số nào **không phải** là một cấp số nhân?

A. $2;\ 4;\ 8;\ 16;\ \ldots$ **B.** $1;\ -1;\ 1;\ -1;\ \cdots$

C. $1^2;\ 2^2;\ 3^2;\ 4^2;\ \cdots$ **D.** $a;\ a^3;\ a^5;\ a^7;\ \cdots (a \neq 0).$

Câu 34: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

A. $-2;\ 10;\ 50;\ -250.$ **B.** $-2;\ 10;\ -50;\ 250.$

C. $-2;\ -10;\ -50;\ -250.$ **D.** $-2;\ 10;\ 50;\ 250.$

Câu 35: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^n} - 1.$ **C.** $u_n = n + \frac{1}{3}.$ **D.** $u_n = n^2 - \frac{1}{3}.$

Câu 36: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = 7 - 3n.$ **B.** $u_n = 7 - 3^n.$ **C.** $u_n = \frac{7}{3n}.$ **D.** $u_n = 7.3^n.$

Câu 37: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **sai**?

A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.

B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.

D. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

Câu 38: Xác định x dương để $2x-3;\ x;\ 2x+3$ lập thành cấp số nhân.

A. $x = 3.$ **B.** $x = \sqrt{3}.$

C. $x = \pm\sqrt{3}.$ **D.** không có giá trị nào của x.

Câu 39: Với giá trị x nào dưới đây thì các số $-4;\ x;\ -9$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

A. $x=36.$ **B.** $x=-\frac{13}{2}.$ **C.** $x=6.$ **D.** $x=-36.$

Câu 40: Tìm $b>0$ để các số $\frac{1}{\sqrt{2}};\ \sqrt{b};\ \sqrt{2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

A. $b=-1.$ **B.** $b=1.$ **C.** $b=2.$ **D.** $b=-2.$

Câu 41: Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1=3$ và $a_2=-6$. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.

A. $a_5=-24$. **B.** $a_5=48$. **C.** $a_5=-48$. **D.** $a_5=24$.

Câu 42: Một khu rừng có trữ lượng gỗ là 4.10^5 mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm, khu rừng đó sẽ có bao nhiêu mét khối gỗ

A. $4.10^5.(0,05)^5$. **B.** $4.10^5.(1,4)^5$. **C.** $4.10^5.(1,04)^5$. **D.** $4.(10,4)^5$.

Câu 43: Bài toán ***"Lãi kép":*** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Giả sử trong khoảng thời gian gửi người gửi không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi, hỏi sau 10 năm thì tổng số tiền cả vốn lẫn lãi mà người gửi nhận được gần với số tiền nào trong các số tiền dưới đây?

A. 196715000 đồng. **B.** 196716000 đồng. **C.** 183845000 đồng. **D.** 183846000 đồng.

Câu 44: Một người gửi ngân hàng 150 triệu đồng theo thể thức lãi kép, lãi suất $0,58\%$ một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền lãi tháng trước đó và tiền gốc của tháng trước đó). Sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có 180 triệu đồng?

A. 34 tháng. **B.** 32 tháng. **C.** 31 tháng. **D.** 30 tháng.

2. Câu hỏi TNKQ Đúng-Sai

Câu 45: Cho dãy số có số hạng tổng quát $u_n=n^2-2025n+4050$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Số hạng thứ 2025 của dãy số là 4050.

b) Dãy số này là dãy số tăng.

c) Dãy số này là dãy số giảm.

d) Dãy số này bị chặn.

Câu 46: Cho dãy số (u_n), biết $u_n=\frac{n+1}{3n}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1=\frac{2}{3};u_2=\frac{1}{2};u_3=\frac{4}{9};u_4=\frac{5}{12};u_5=\frac{2}{5}$.

b) $\frac{33}{101}$ là một số hạng của dãy số (u_n).

c) Dãy số (u_n) là một cấp số cộng.

d) Cho dãy số (v_n) xác định bởi $v_1=\frac{1}{3}$ và $v_{n+1}=u_n.v_n$. Tính tổng: $S=v_1+\frac{v_2}{2}+\frac{v_3}{3}+...+\frac{v_{10}}{10}=\frac{29524}{59049}$

Câu 47: Cho các dãy số $(u_n):\begin{cases}u_1=1\\u_{n+1}=2u_n\end{cases};(v_n):v_n=-2n-21.$

a) (u_n) là dãy số bị chặn trên.

b) (v_n) là dãy số cấp số nhân với công bội là -2.

c) -121 là số hạng thứ 50 của dãy số (v_n).

d) Ta có $T=\dfrac{1}{u_1-u_6}+\dfrac{1}{u_2-u_7}+\dfrac{1}{u_3-u_8}+...+\dfrac{1}{u_{20}-u_{25}}=\dfrac{1-2^{20}}{15.2^{19}}$.

Câu 48: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội nguyên và các số hạng thoả mãn $\begin{cases}u_4-u_2=54\\u_5-u_3=108\end{cases}$.

a) Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9.

b) Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599.

c) Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân.

d) Gọi dãy số $(v_n): v_n=u_{3n}$, với $n\in\mathbb{N}^*$. Khi đó tổng $v_1+v_2+v_3+...+v_{10}=12\left(4^{10}-1\right)$.

Câu 49: Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ôtô HONDA CRV trị giá 1,259 tỉ đồng.

Đợt thứ nhất: anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.

Đợt thứ hai kế tiếp: do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kề trước nó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là $d=2$ triệu và $u_1=3$ triệu.

b) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là $q=2$ triệu và $u_1=5$ triệu.

c) Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.

d) Để đủ tiền mua ôtô thì anh Bình thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng.

3. Câu hỏi TNKQ Trả lời ngắn

Câu 50: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt của mỗi tầng bằng nửa diện tích của bề mặt của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng một bằng nửa diện tích đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là $12288\,\text{m}^2$. Diện tích bề mặt của tầng trên cùng là:

Câu 51: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3=5$ và công bội $q=2$. Giá trị của u_2 bằng bao nhiêu?

Câu 52: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự lập thành cấp số cộng có công sai dương. Biết rằng tổng của bốn số hạng bằng 13 và tổng của ba số đầu bằng $\dfrac{15}{2}$. Tính tổng ba số cuối.

Câu 53: Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba và cứ như vậy (số ghế hàng sau nghiều hơn 3 ghế so với số

ghế hàng liền trước nó). Nếu muốn hội trường có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư phải thiết kế số hàng ghế ngồi tối thiểu là bao nhiêu?

Câu 54: Khi kí kết hợp đồng lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng $1{,}8$ triệu đồng.

Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp trên kí hợp đồng lao động 3 năm và được chọn phương án trả lương cao nhất thì số lương người lao động nhận được là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 55: Sinh nhật An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bản thân, một món quà với giá 1 triệu 375 nghìn nên quyết định bỏ ống heo 1000 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2024. Sau đó cứ tiếp tục ngày sau hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi An phải dành tối thiểu bao nhiêu ngày để đủ tiền mua món quà tặng bản thân mình?

Câu 56: Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh Lâm Đồng được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là $35cm$ và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi $7cm$. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài $196cm$ và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài $56cm$. Hỏi giá thành làm cầu thang là bao nhiêu? Biết rằng giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là 1250000 đồng trên một mét vuông. (Kết quả làm tròn đến hàng triệu đồng).

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 57: Xét tính tăng giảm của các dãy số sau:

1). Dãy số (u_n) với $u_n = 2n^3 - 5n + 1$

2). Dãy số (u_n) với $u_n = 3^n - n.$

3). Dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{n}{n^2+1}$.

4). Dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$

Câu 58: Xét tính bị chặn của các dãy số sau

a) $u_n = \dfrac{1}{2n^2-1}$.

b) $u_n = 3.\cos\dfrac{nx}{3}$.

c) $u_n = 2n^3 + 1$.

d) $u_n = \dfrac{n^2+2n}{n^2+n+1}$.

e) $u_n = n + \dfrac{1}{n}$.

Câu 59: Xét tính tăng hay giảm và bị chặn của dãy số: $u_n = \dfrac{2n-1}{n+3}; n \in N*$

Câu 60: Xét tính bị chặn của các dãy số sau:

a). $u_n = \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + ... + \dfrac{1}{n(n+1)}$

b). $u_n = \dfrac{1}{1^2} + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{3^2} + ... + \dfrac{1}{n^2}$

c). $u_n = \dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{2.5} + ... + \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

d). $u_n = \dfrac{1}{1.4} + \dfrac{1}{2.5} + ... + \dfrac{1}{n(n+3)}$

Câu 61: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng. Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng đó:

a). Dãy số (u_n) với $u_n = 19n - 5$

b). Dãy số (u_n) với $u_n = -3n + 1$

c). Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$

d). Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 10n$

Câu 62: Định x để 3 số $10 - 3x, 2x^2 + 3, 7 - 4x$ theo thứ tự đó lập thành 1 cấp số cộng.

Câu 63: Một tam giác vuông có chu vi bằng 3a, và 3 cạnh lập thành một CSC. Tính độ dài ba cạnh của tam giác theo a.

Câu 64: Ba góc của một tam giác vuông lập thành một CSC. Tìm số đo các góc đó.

Câu 65: Tìm số hạng đầu tiên, công sai, số hạng thứ 20 và tổng của 20 số hạng đầu tiên của các cấp số cộng sau, biết rằng:

a) $\begin{cases} u_5 = 19 \\ u_9 = 35 \end{cases}$ b) $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ c) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 14 \\ s_{12} = 129 \end{cases}$

Câu 66: Cho CSN (u_n) có các số hạng thỏa: $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$

a). Tìm số hạng đầu và công bội của CSN.

b). Hỏi tổng bao nhiêu số hạng đầu tiên bằng 3069?

c). Số 12288 là số hạng thứ mấy?

Câu 67: Tìm số hạng đầu của CSN biết công bội bằng 3, tổng số các số hạng là 728 và số hạng cuối bằng 486.

Câu 68: Cho 3 số tạo thành một cấp số cộng có tổng 21. Nếu thêm 2, 3, 9 lần lượt vào số thứ nhất, số thứ hai, số thứ ba tạo thành một cấp số nhân. Tìm 3 số đó.

Câu 69: Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng, nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tìm 3 số đó.

Câu 70: Cho x, 3, y theo thứ tự lập thành cấp số nhân và $x^4 = y\sqrt{3}$. Tìm x, y.

CHƯƠNG III. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

1. Câu hỏi TNKQ Nhiều lựa chọn

Câu 1: Cho mẫu số liệu về chiều cao (cm) của các học sinh nữ trong khối 11 của một trường như sau:

Chiều cao	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	20	45	34	27	15	4

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu số liệu, bao nhiêu nhóm?

A. 145 số liệu; 6 nhóm. **B.** 30 số liệu; 5 nhóm.

C. 6 số liệu; 145 nhóm. **D.** 5 số liệu; 30 nhóm.

Câu 2: Tìm hiểu thời gia xem tivi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

Giá trị đại diện của nhóm $[20;25)$ là

A. 22,5. **B.** 23. **C.** 20. **D.** 5.

Câu 3: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Có bao nhiêu học sinh truy cập Internet mỗi buổi tối có thời gian từ 18,5 phút đến dưới 21,5 phút?

A. 24. **B.** 15. **C.** 2. **D.** 20.

Câu 4: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu trên là

A. [40;60). **B.** [20;40). **C.** [60;80). **D.** [80;100).

Câu 5: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10; 20)	[20;30)	[30; 40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $M_o = \frac{70}{3}$. **B.** $M_o = \frac{50}{3}$. **C.** $M_o = \frac{70}{2}$. **D.** $M_o = \frac{80}{3}$.

Câu 6: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. [40;60). **B.** [20;40). **C.** [60;80). **D.** [80;100).

Câu 7: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. [40;60). **B.** [20;40). **C.** [60;80). **D.** [80;100).

Câu 8: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

A. [40;60). **B.** [20;40). **C.** [60;80). **D.** [80;100).

Câu 9: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 10: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 7. **B.** $7,6$. **C.** 8. **D.** $8,6$.

Câu 11: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 12: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $M_e=\frac{175}{7}$. **B.** $M_e=\frac{165}{5}$. **C.** $M_e=\frac{165}{7}$. **D.** $M_e=\frac{165}{3}$.

Câu 13: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 14: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $Q_1=13,5$. **B.** $Q_1=13,9$. **C.** $Q_1=15,75$. **D.** $Q_1=13,75$.

Câu 15: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $Q_3=13$. **B.** $Q_3=14$. **C.** $Q_3=15$. **D.** $Q_3=12$.

Câu 16: Mẫu số liệu (T) được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Tần số	12	20	5	14	7

Điền từ thích hợp vào chỗ trống: "Mẫu số liệu (T) là mẫu số liệu …"

A. Ghép cặp. **B.** Ghép nhóm. **C.** Không ghép cặp. **D.** Không ghép nhóm.

Câu 17: Cho mẫu số liệu về chiều cao (*cm*) của các học sinh nữ trong khối 11 của một trường như sau:

Chiều cao	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	20	45	34	27	15	4

Số học sinh nữ cao từ 150 *cm* đến 155 *cm* là:

A. 20. **B.** 65. **C.** 34. **D.** 45.

Câu 18: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao (mét) của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau:

Khoảng chiều cao (m)	$[6,5;\ 7,0)$	$[7,0;\ 7,5)$	$[7,5;\ 8,0)$	$[8,0;\ 8,5)$
Số cây	6	15	11	3

Tính chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. $7,407(m)$. **B.** $4,707(m)$. **C.** $7,704(m)$. **D.** $7,5(m)$.

Câu 19: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (thang điểm 20) của 100 học sinh tham dự kỳ thi học sinh giỏi toán, ta có bảng số liệu sau:

Điểm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$	$[18;20)$
Số học sinh	6	21	30	25	14	4

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 12,18. **B.** 12,81. **C.** 13,35. **D.** 13,53.

Câu 20: Cho mẫu số liệu về thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của các học sinh trong một lớp 11 của một trường như sau:

Thời gian	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số học sinh	7	12	7	5	3	2

Có bao nhiêu học sinh có thời gian đi từ nhà đến trường là 15 phút đến 20 phút?

A. 20. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 21: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ $(°C)$	$[18;21)$	$[21;24)$	$[24;27)$	$[27;30)$
Số ngày	6	12	9	3

Nhiệt độ trung bình trong 30 ngày trên là:

A. $24(°C)$. **B.** $25,4(°C)$. **C.** $24,3(°C)$. **D.** $23,4(°C)$.

2. Câu hỏi TNKQ Đúng-Sai

Câu 22: Điểm thi giữa học kỳ I môn Toán của tất cả các học sinh lớp $10A$ được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm sau đây:

Điểm	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Số học sinh	2	3	3	14	23	3	2

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Lớp $10A$ có tổng hai học sinh bị điểm 0.

b) Lớp $10A$ có tất cả 5 học sinh bị điểm dưới điểm 5.

c) Số học sinh đạt điểm 9 chiếm quá nửa số học sinh của lớp.

d) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm này là 8.

Câu 23: Quãng đường (km) từ nhà đến nơi làm việc của 40 công nhân một nhà máy được ghi lại như sau:

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31	19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3	12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

a) Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các khoảng có độ rộng bằng nhau với khoảng đầu tiên là $[0;5)$, ta được 7 nhóm.

b) Giá trị trung bình của mẫu số liệu không ghép nhóm là $11,9$.

c) Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $12,6$.

d) Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm $[5;10)$.

Câu 24: Thống kê trung bình điểm môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau: (làm tròn đến hàng trăm)

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

a) Điểm trung bình môn Toán của nhóm học sinh là $8,32$.

b) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là $\frac{4}{19}$.

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $8,63$.

d) Nhóm học sinh có 60% đạt học sinh giỏi môn Toán.

Câu 25: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) học sinh lớp $11A$

Khoảng chiều cao (cm)	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$
Số học sinh	7	14	10	10	9

a) Lớp $11A$ có 50 học sinh.

b) Giá trị đại diện của nhóm $[155;160)$ là 155.

c) Bạn Tú tính giá trị trung bình của bảng số liệu ghép nhóm là 157.

d) Tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm: $Q_1 = 152; Q_2 = 157; Q_3 = 163$ (đơn vị làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Câu 26: Mẫu số liệu ghép nhóm về doanh thu của 50 cửa hàng của một công ty trong một tháng (đơn vị: triệu đồng) được cho như sau:

Doanh thu	$[26;48)$	$[48;70)$	$[70;92)$	$[92;114)$	$[114;136)$
Số cửa hàng	6	14	17	8	5

a) Cỡ của mẫu số liệu trên là $n = 50$.

b) Doanh thu trung bình của mỗi cửa hàng của công ty trong tháng đó là 81 triệu đồng.

c) Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $M_e \approx 76,5$.

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là $Q_3 = 95$.

3. Câu hỏi TNKQ Trả lời ngắn

Câu 27: Chiều cao của 500 học sinh nam khối 12 của trường THPT Nguyễn Trãi – Ba Đình được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm sau đây:

Chiều cao	$[160; 164)$	$[164; 168)$	$[168; 172)$	$[172; 176)$	$[176; 180)$	$[180; 184)$	$[184; 188]$
Số học sinh	20	30	100	75	225	30	20

Theo mẫu số liệu ghép nhóm này, tính chiều cao trung bình của học sinh nam khối 12 của trường THPT Nguyễn Trãi – Ba Đình *(đơn vị đo cm)*.

Câu 28: Một công ty bất động sản Đất Vàng thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào để tiến hành dự án xây nhà ở Thăng Long group sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau

Mức giá (triệu đồng/m^2)	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$	$[26;30)$
Số khách hàng	75	105	179	96	45

Công ty Bất động sản Đất Vàng nên xây nhà mức giá nào để nhiều người có nhu cầu xây nhà? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 29: Điều tra về cân nặng của một nhóm học sinh khối 11, người ta thu được dữ liệu có bảng phân phối tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	9	15	25	30	21

Tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 30: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 31: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

CHƯƠNG V. GIỚI HẠN. HÀM SỐ LIÊN TỤC

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

1. Câu hỏi TNKQ Nhiều lựa chọn

BÀI 1. GIỚI HẠN DÃY SỐ

Câu 1: Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số). **B.** $\lim q^n = 0 \ (|q| > 1)$.

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$. **D.** $\lim \frac{1}{n^k} = 0 \ (k > 1)$.

Câu 2: Tính $L = \lim \frac{n-1}{n^3+3}$.

A. $L = 1$. **B.** $L = 0$. **C.** $L = 3$. **D.** $L = 2$.

Câu 3: $\lim \frac{2018}{n}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 4: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \frac{n^2-2}{5n+3n^2}$. **B.** $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+3n^2}$. **C.** $u_n = \frac{1-2n}{5n+3n^2}$. **D.** $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+3n^2}$.

Câu 5: Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + ... + \frac{1}{n^2-1}$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 6: Tính giới hạn $\lim \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + ... + \frac{1}{n(n+1)} \right]$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 7: Giá trị của $\lim\dfrac{2-n}{n+1}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 8: Tính giới hạn $I=\lim\dfrac{2n+2017}{3n+2018}$.

A. $I=\dfrac{2}{3}$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=\dfrac{2017}{2018}$. **D.** $I=1$.

Câu 9: Tìm $\lim\dfrac{8n^5-2n^3+1}{4n^5+2n^2+1}$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 10: Giá trị của $\lim\dfrac{2n^2-3}{1-2n^2}$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 11: $\lim(2-3n)^4(n+1)^3$ là:

A. $-\infty$ **B.** $+\infty$ **C.** 81 **D.** 2

Câu 12: Tính giới hạn $L=\lim\dfrac{n^3-2n}{3n^2+n-2}$

A. $L=+\infty$. **B.** $L=0$. **C.** $L=\dfrac{1}{3}$. **D.** $L=-\infty$.

Câu 13: Tính giới hạn của dãy số $u_n=\dfrac{-2+3n-2n^3}{3n-2}$

A. $\dfrac{-2}{3}$. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 14: $\lim\dfrac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $+\infty$.

Câu 15: Cho $I=\lim\dfrac{\sqrt{4n^2+5}+n}{4n-\sqrt{n^2+1}}$. Khi đó giá trị của I là:

A. $I=1$. **B.** $I=\dfrac{5}{3}$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=\dfrac{3}{4}$.

BÀI 2. GIỚI HẠN HÀM SỐ

Câu 16: Cho các giới hạn: $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=3$, hỏi $\lim\limits_{x\to x_0}\left[3f(x)-4g(x)\right]$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -6. **D.** 3.

Câu 17: Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\left(2x^2-3x+1\right)$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 0.

Câu 18: Tính giới hạn $L=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x+3}$

A. $L=-\infty$. **B.** $L=0$. **C.** $L=+\infty$. **D.** $L=1$.

Câu 19: Tính $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-2x^2+2020}{2x-1}$.

A. 0. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$ **D.** 2019.

Câu 20: Tìm giới hạn $A=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x+1}{x^2+x+4}$.

A. $-\dfrac{1}{6}$. **B.** $-\infty$. **C.** $+\infty$. **D.** 1.

Câu 21: Giới hạn nào sau đây có kết quả bằng $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-3}{(x-1)^2}$ **B.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-2}{(x-1)^2}$ **C.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{-x-1}{(x-1)^2}$ **D.** $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+1}{(x-1)^2}$

Câu 22: Cho $\lim\limits_{x\to 3}f(x)=-2$. Tính $\lim\limits_{x\to 3}\left[f(x)+4x-1\right]$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 23: Cho $I=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\left(\sqrt{3x+1}-1\right)}{x}$ và $J=\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-x-2}{x+1}$. Tính $I-J$.

A. 6. **B.** 3. **C.** -6. **D.** 0.

Câu 24: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=-\infty$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^5}=+\infty$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$.

Câu 25: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **B.** $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **C.** $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{-3x+4}{x-2}$. **D.** $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-3x+4}{x-2}$.

Câu 26: Trong các giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim\limits_{x\to 4^-}\dfrac{2x-1}{4-x}$. **B.** $\lim\limits_{x\to +\infty}-x^3+2x+3$. **C.** $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **D.** $\lim\limits_{x\to 4^+}\dfrac{2x-1}{4-x}$.

Câu 27: Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 28: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 1. **D.** 0

Câu 29: Tìm $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1-2x}{x-1}$

A. $-\infty$. **B.** -2. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 30: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2+1}{x-1}$.

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 1.

Câu 31: Tìm a để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+ax+1 \text{ khi } x>2\\ 2x^2-x+1 \text{ khi } x\le 2\end{cases}$ có giới hạn tại $x=2$.

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x>0\\ mx+m+\dfrac{1}{4} & \text{khi } x\le 0\end{cases}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có giới hạn tại $x=0$.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 33: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x^3-x^2+1\right)$

A. $+\infty$. **B.** $-\infty$. **C.** 2. **D.** 0.

BÀI 3. HÀM SỐ LIÊN TỤC

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a;b]$ là

A. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$. **B.** $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$.

C. $\lim\limits_{x\to a^+}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^-}f(x)=f(b)$. **D.** $\lim\limits_{x\to a^-}f(x)=f(a)$ và $\lim\limits_{x\to b^+}f(x)=f(b)$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a;b]$. Tìm mệnh đề đúng.

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a)f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.

B. Nếu $f(a)f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a;b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a;b]$ và $f(a)f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm trong khoảng $(a;b)$.

D. Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a;b)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

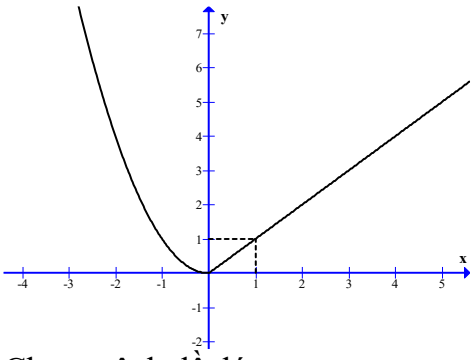
A. Nếu $f(a).f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ không có nghiệm nằm trong $(a;b)$.

B. Nếu $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$.

C. Nếu $f(a).f(b)>0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$.

D. Nếu phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a;b)$ thì $f(a).f(b)<0$.

Câu 37: Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ sau:



Chọn mệnh đề đúng.

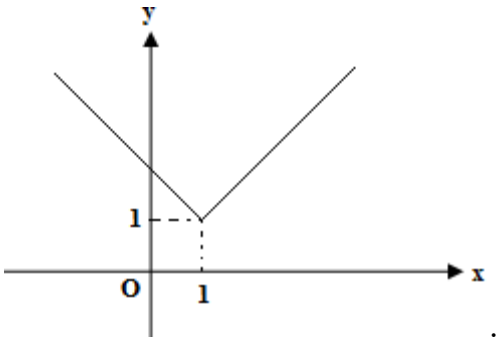
A. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x=0$ nhưng không liên tục tại điểm $x=0$.

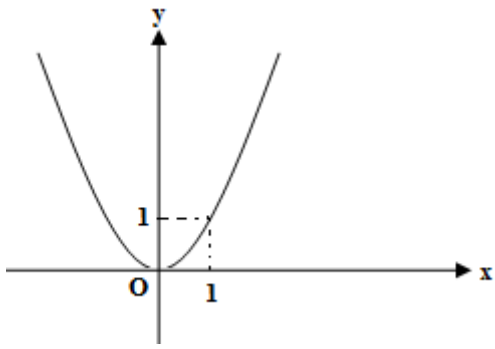
B. Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại điểm $x=0$ nhưng không có đạo hàm tại điểm $x=0$.

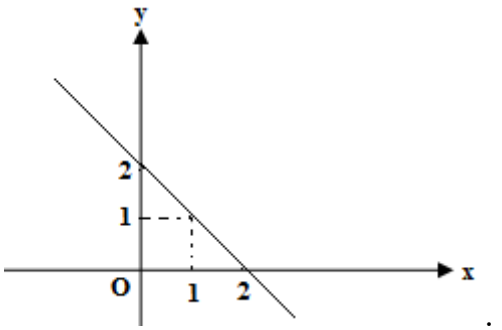
C. Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm tại điểm $x=0$.

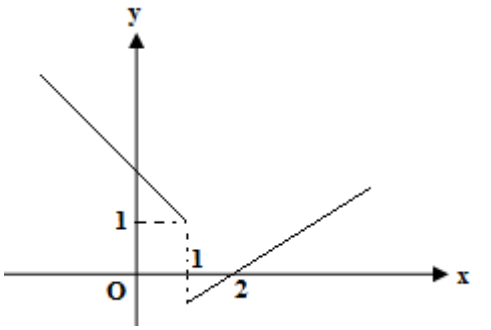
D. Hàm số $y=f(x)$ không liên tục và không có đạo hàm tại điểm $x=0$.

Câu 38: Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại $x=1$?

A. 

B. 

C. 

D. 

Câu 39: Cho các mệnh đề:

1. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$ và $f(a).f(b)<0$ thì tồn tại $x_0\in(a;b)$ sao cho $f(x_0)=0$.

2. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm.

3. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục, đơn điệu trên $[a;b]$ và $f(a).f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất.

A. Có đúng hai mệnh đề sai.
B. Cả ba mệnh đề đều đúng.
C. Cả ba mệnh đề đều sai.
D. Có đúng một mệnh đề sai.

Câu 40: Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{1-x^3}{1-x}, \text{khi } x<1\\ 1 \quad , \text{khi } x\geq 1\end{cases}$. Hãy chọn kết luận đúng

A. y liên tục phải tại $x=1$.
B. y liên tục tại $x=1$.
C. y liên tục trái tại $x=1$.
D. y liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-7x+12}{x-3} & \text{khi } x\neq 3\\ -1 & \text{khi } x=3\end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm tại $x_0=3$.
B. Hàm số gián đoạn và không có đạo hàm tại $x_0=3$.
C. Hàm số có đạo hàm nhưng không liên tục tại $x_0=3$.
D. Hàm số liên tục và có đạo hàm tại $x_0=3$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x\neq 2\\ 4 & \text{khi } x=2\end{cases}$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=2$.
B. Hàm số gián đoạn tại $x=2$.
C. $f(4)=2$.
D. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=2$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại $x=-1$.
B. Hàm số liên tục tại $x=0$.
C. Hàm số liên tục tại $x=1$.
D. Hàm số liên tục tại $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 44: Hàm số nào sau đây liên tục tại $x=1$:

A. $f\ x=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$. **B.** $f\ x=\dfrac{x^2-x-2}{x^2-1}$. **C.** $f\ x=\dfrac{x^2+x+1}{x}$. **D.** $f\ x=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 45: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0=-1$.

A. $y=(x+1)(x^2+2)$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 46: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x=2$?

A. $y=\dfrac{3x-4}{x-2}$. **B.** $y=\sin x$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$ **D.** $y=\tan x$.

Câu 47: Hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng?

A. $x_0=2018$. **B.** $x_0=1$. **C.** $x_0=0$ **D.** $x_0=-1$.

Câu 48: Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số không liên tục tại các điểm $x=\pm 1$. **B.** Hàm số liên tục tại mọi $x\in\mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục tại các điểm $x=-1$. **D.** Hàm số liên tục tại các điểm $x=1$.

Câu 49: Tìm m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x+2} & khi\ x\neq -2\\ m & khi\ x=-2\end{cases}$ liên tục tại $x=-2$

A. $m=-4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=0$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-1}{x-1} \text{ khi } x\neq 1\\ 2m+1 \text{ khi } x=1\end{cases}$. Giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại điểm $x_0=1$ là:

A. $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Câu 51: Để hàm số $y=\begin{cases}x^2+3x+2 & \text{khi} \quad x\leq -1\\ 4x+a & \text{khi} \quad x>-1\end{cases}$ liên tục tại điểm $x=-1$ thì giá trị của a là

A. -4. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 52: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-2x+3 & \text{khi } x\neq 1\\ 3x+m-1 & \text{khi } x=1\end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

2. Câu hỏi TNKQ Đúng_Sai

Câu 53: Cho hàm số $f(x)=x-1$ và $g(x)=x^3$.

a) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=3$.

b) Giới hạn $\lim\limits_{x\to 1} g(x)=1$.

c) $\lim\limits_{x\to 1}\left[3f(x)-g(x)\right]=-1$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left[f(x)\right]^2}{g(x)}=1$.

Câu 54: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x}{2} & \text{khi } x\leq 1\\ \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} & \text{khi } x>1\end{cases}$.

a) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-2$.

b) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=+\infty$.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$.

d)Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0=1$.

Câu 55: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & ,\ khi\ x>1\\ -x^2+m & ,\ khi\ x\le 1\end{cases}$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

b) $f(1)=-1+m$.

c) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=1+m$.

d) Hàm số liên tục tại $x=1$ khi $m=-\dfrac{3}{4}$.

Câu 56: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+mx+n & \text{khi}\ \ x<-5\\ x+17 & \text{khi}\ \ -5\le x\le 10\\ mx+n+10 & \text{khi}\ \ x>10\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó

a) $f(-5)=12\,;f(10)=27$.

b) $m>0, n>0$.

c) $2m+n$ là số nguyên tố.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=m.\sin x+n.\cos x$ là $\sqrt{12}$.

3. Câu hỏi TNKQ Trả lời ngắn

Câu 57: Tìm $\lim\dfrac{\sqrt{n+1}-4}{\sqrt{n+1}+n}$.

Câu 58: Tìm giới hạn dãy số: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^2+2n+2}-n+2024\right)$.

Câu 59: Biết $\lim\dfrac{n-\sqrt{2n^2+1}}{4+3n}=\dfrac{a-\sqrt{b}}{c}$ (biết a,b,c là các số nguyên dương). Tính $a^2+b^2+c^2$

Câu 60: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-5x+6}{x-2} & khi\ x\ne 2\\ a^2-2a & khi\ x=2\end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại điểm $x_0=2$?

Câu 61: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-16}{x-4} & khi\, x>4\\ mx+1 & khi\, x\le 4\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 62: Biết giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{3x+3}+a}{x-2}=\dfrac{b}{c}$, a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\dfrac{b}{c}$ tối giản.

Tính tổng: $a+b+c$.

$a+b+c=0$.

Câu 63: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x-3} & \text{khi } x>1\\ \dfrac{ax+15}{4} & \text{khi } x\le 1\end{cases}$. Để hàm số liên tục tại $x=1$ thì a nhận giá trị là

Câu 64: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-ax+b}{x-2}, & x\neq 2\\ 5, & x=2\end{cases}$ liên tục tại $x=2$. Tính $a+2b$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 65: Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim\dfrac{n+1}{n^2-2}$. b. $\lim\dfrac{3n^3-2n+5}{2n^2+5n-3}$. c. $\lim\dfrac{3^n-4^n+5^n}{3^n+4^n-5^n}$. d. $\lim\dfrac{1+3^n}{4+3^n}$.

e. $\lim\dfrac{n\sqrt{n}-1}{n+n\sqrt{n}}$. f. $\lim\dfrac{\sqrt[3]{n^2}+2}{n+\sqrt{n}}$. g. $\lim\left(\sqrt{4n^2+5n}-2n\right)$ h. $\lim\left(\sqrt{2n+1}-\sqrt{n}\right)$

i. $\lim\left[1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{16}+\ldots+\dfrac{1}{2^n}\right]$

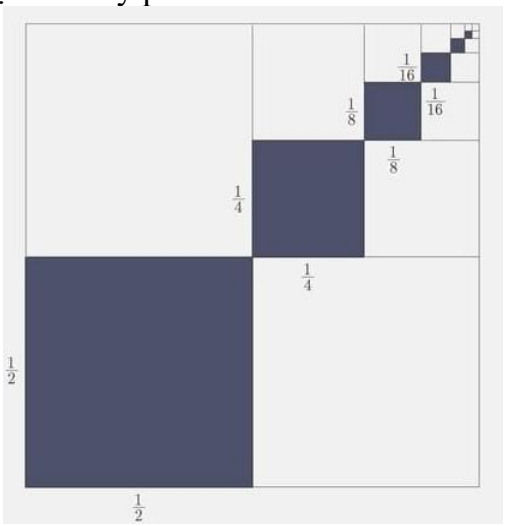
Câu 66: Tìm giới hạn

a. $\lim\left(n^3+n^2+n+1\right)$ b. $\lim\left(-n^2+n\sqrt{n}-1\right)$

c. $\lim\left(\sqrt[3]{1+2n-n^3}-n\right)$ d. $\lim\left(n+\sqrt{n^2-n+1}\right)$

Câu 67: Người ta lấy bốn trung điểm các cạnh của hình vuông trên để được hình vuông nhỏ hơn nằm bên trong hình vuông bên ngoài. Quy trình làm như vậy diễn ra tới vô hạn. Tính diện tích tất cả hình vuông có trong bài toán.

Câu 68: Để trang hoàng cho căn hộ của mình, chú chuột Mickey quyết định tô màu một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 1. Nó tô màu xám các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là 1, 2, 3, 4, …n,… trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó.Giả sử quy trình tô màu của chuột Mickey có thể tiến ra vô hạn (như hình vẽ dưới đây). Tính tổng diện tích mà chuột Mickey phải tô màu.



Câu 69: Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+x-6}{x^2-4}$ b. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-5x}{x^2-25}$ c. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^3-1}{x}$ d. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x+3)^3-27}{x}$

Câu 70: Tìm các giới hạn sau :

a. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ b. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$ c. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}$

d. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x+7}-3}$ e. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2}$ f. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt[3]{5x-3}+2}{x+1}$

g. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt[3]{1-x}}{x}$ h. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2x+2}+\sqrt{5x+4}-5}{x-1}$ i. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{3x+2}-\sqrt{5x-6}}{x-2}$

Câu 71: Tìm các giới hạn sau:

a. $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{3x^2-x+7}{2x^3-1}$ b. $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{2x^2+1}+x\right)$ c. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3x^2-x+3}{x-4}$

d. $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2-4x}-x\right)$ e. $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$ f. $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+2}+x\right)$

Câu 72: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x^3-2x & x\ge 1\\ x^3-3x & x<1\end{cases}$

Tìm $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x);\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$. Hàm số có giới hạn tại $x=1$ không? Vì sao?

Câu 73: Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$ b) $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2+4x+3}{\sqrt{x^3+x^2}}$ c) $\lim\limits_{x\to 1^-}\sqrt{\dfrac{4-4x^3}{3x^2+5x}}$

Câu 74: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}5x^4-6x^2-x & x\ge 1\\ x^3-3x & x<1\end{cases}$

Tìm $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x);\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$. Hàm số có giới hạn tại $x=1$ không? Vì sao?

Câu 75: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-\sqrt{x+3}}{x^2-1} & x\ne 1\\ \dfrac{1}{8} & x=1\end{cases}$

a). Tìm $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$. So sánh $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ và $f(1)$

b). Tìm $\lim\limits_{x\to(-3)^+}f(x)$. So sánh $\lim\limits_{x\to(-3)^+}f(x)$ và $f(-3)$.

Câu 76: Chứng minh rằng hàm số sau liên tục trên $\mathbb{R}$.

a. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3+x+2}{x^3+1} & khi\ x\ne -1\\ \dfrac{4}{3} & khi\ x=-1\end{cases}$ b. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{2} & khi\ x\le 0\\ \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt[3]{x+1}-1} & khi\ x>0\end{cases}$

Câu 77: Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x-3}{x-3} & khi\ x\ne 3\\ 4 & khi\ x=3\end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Câu 78: Xét tính liên tục của hàm số $f(x)=\begin{cases}x^3+x+1 & \text{khi } x\ge 1\\ 2x+4 & \text{khi } x<1\end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Câu 79: Chứng minh rằng phương trình $(1-m^2)x^5-3x-1=0$ luôn có nghiệm.

Câu 80: Chứng minh rằng phương trình: $\left(m^2+m+1\right)x^4+2x-2=0$ luôn có nghiệm.

Câu 81: Chứng minh rằng phương trình $\left(m^2+1\right)x^3-2m^2x^2-4x+m^2+1=0$ luôn có 3 nghiệm.

PHẦN HÌNH HỌC

CHƯƠNG 4: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

BÀI 1. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1: Cho bốn điểm A,B,C,D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB,AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I. Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sao đây:

A. (ABD). **B.** (BCD). **C.** (CMN). **D.** (ACD).

Câu 2: Cho tứ giác lồi $ABCD$ và điểm S không thuộc mp $(ABCD)$. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng xác định bởi các điểm A,B,C,D,S?

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 3: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là đúng:

A. Qua ba điểm không thẳng hàng có vô số mặt phẳng.

B. Qua hai điểm có một và chỉ một mặt phẳng.

C. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng sẽ có vô số điểm chung.

D. Trong không gian, một đường thẳng và một mặt phẳng có tối đa một điểm chung.

Câu 4: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có điểm chung thì tất cả những điểm chung của chúng sẽ nằm trên:

A. Một đường tròn. **B.** Một đoạn thẳng.

C. Một đường thẳng. **D.** Nằm tùy ý.

Câu 5: Một mặt phẳng được xác định nếu biết:

A. Bốn điểm không thẳng hàng. **B.** Một điểm và một đường thẳng.

C. Hai đường thẳng. **D.** Ba điểm không thẳng hàng.

Câu 6: Cho mp(P), điểm A thuộc mp(P) và điểm B không thuộc mp(P). Đường thẳng d đi qua hai điểm A và B Giữa d và (P) sẽ có:

A. Vô số điểm chung. **B.** Đúng một điểm chung.

C. Ít nhất hai điểm chung. **D.** Nhiều hơn một điểm chung.

Câu 7: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d Trong (P) cho đường thẳng a, trong (Q) cho đường thẳng b. Giả sử $a\cap b=M$, $a\cap d=N$, $d\cap b=K$. Phát biểu nào sau đây là đúng:

A. Ba điểm M,N,K thẳng hàng. **B.** Ba điểm M,N,K trùng nhau.

C. Ba điểm M,N,K lập thành tam giác cân. **D.** Ba điểm M,N,K lập thành tam giác vuông.

Câu 8: Trong không gian cho mặt phẳng (P) và ba điểm không thẳng hàng A,B,C không nằm trong(P). Gọi M,N,K lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AB,AC,BC với mặt phẳng(P). Khẳng định nào sau đây là đúng.

A. Ba điểm M,N,K thẳng hàng. **B.** Ba điểm M,N,K trùng nhau.
C. Ba điểm M,N,K lập thành tam giác cân. **D.** Ba điểm M,N,K lập thành tam giác vuông.

Câu 9: Hình tứ diện có:
A. Bốn cạnh **B.** Năm cạnh **C.** Sáu cạnh **D.** Bảy cạnh

Câu 10: Cho hình tứ diện $ABCD$ Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. AB và CD cắt nhau. **B.** Bốn điểm A,B,C,D không đồng phẳng.
C. Bốn điểm A,B,C,D thẳng hàng. **D.** AC và BD cắt nhau.

Câu 11: Các mặt của hình tứ diện là:
A. Tứ giác **B.** Tam giác **C.** Hình bình hành **D.** Hình vuông

Câu 12: Hình chóp tứ giác là hình chóp có:
A. Mặt bên là tứ giác **B.** Tất cả các mặt là tứ giác
C. Mặt đáy là tứ giác **D.** Bốn mặt là tứ giác

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là đường thẳng:
A. SA **B.** SB **C.** SB **D.** AC

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAO) và (SBD) là đường thẳng:
A. SA. **B.** SB. **C.** BD. **D.** SO.

BÀI 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào Đúng?
A. một đường thẳng cắt hai đường thẳng cho trước thì cả ba đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng.
B. một đường thẳng cắt 2 đường thẳng cắt nhau trước thì cả 3 đường thẳng đó cùng nằm trong một mặt phẳng.
C. Một đường thẳng cắt 2 đường thẳng cắt nhau tại 2 điểm phân biệt thì cả 3 đường thẳng đó đồng phẳng.
D. Một đường thẳng cắt 2 đường thẳng chéo nhau thì 3 đường thẳng đó đồng phẳng.

Câu 16: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**
A. Qua hai đường thẳng song song, luôn xác định được duy nhất một mặt phẳng.
B. Nếu hai mặt phẳng có 1 điểm chung thì chúng có vô số điểm chung.
C. Tồn tại 4 điểm không đồng phẳng.
D. Qua 3 điểm luôn xác định duy nhất một mặt phẳng.

Câu 18: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **Đúng**?
A. Ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một thì đồng quy.
B. Ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một thì đồng phẳng.
C. Ba đường thẳng cắt nhau từng đôi một và không đồng phẳng thì đồng quy.
D. Ba đường thẳng đồng quy thì đồng phẳng.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là:
A. Đường thẳng qua S và song song với CD.
B. Đường thẳng qua S và song song với AD.

C. Đường SO với O là tâm hình bình hành.

D. Đường thẳng qua S và cắt AB.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm tâm giác SAB. Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là:

A. SC. **B.** Đường thẳng qua S và song song với AB.

C. Đường thẳng qua G và song song với CD. **D.** Đường thẳng qua G và cắt BC.

Câu 21: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

Câu 22: Trong không gian cho các đường thẳng a, b, c phân biệt. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**

A. Nếu a và b cùng song song với c thì song song với nhau.

B. Nếu $a // b$ thì có duy nhất một mặt phẳng chứa cả a và b.

C. Nếu a, b, c đôi một cắt nhau thì chúng đồng phẳng.

D. Nếu a, b, c đồng phẳng, a song song với b và c cắt b thì c cắt a.

Câu 23: Cho 2 đường thẳng song song a và b. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu mặt phẳng (P) cắt a thì cũng cắt b.

B. Nếu mặt phẳng (P) song song với a thì cũng song song với b.

C. Nếu mặt phẳng (P) song song với a thì mặt phẳng (P) hoặc song song với b hoặc mặt phẳng (P) chứa b.

D. Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a thì cũng có thể chứa đường thẳng b.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây đúng:

A. GE và CD chéo nhau. **B.** $GE // CD$.

C. GE cắt AD. **D.** GE cắt CD.

Câu 25: Với giả thiết: tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, AC và BD. Hãy cho biết trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Ba đường thẳng MQ, RA, NP đôi một song song.

B. Ba đường thẳng MP, RA, NQ đồng quy.

C. Ba đường thẳng NQ, SP, RS đồng phẳng.

D. Cả 3 mệnh đề trên đều sai.

Câu 26: Cho 2 mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ. Hai đường thẳng p và q lần lượt nằm trong (P) và (Q). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. p và q cắt nhau. **B.** p và q chéo nhau.

C. p và q song song. **D.** Cả 3 mệnh đề trên đều sai.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác (AB không song song với CD). Gọi M là trung điểm của SD, N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$, O là giao điểm của AC và BD. Cặp đường thẳng nào sau đây cắt nhau:

A. SO và AD **B.** MN và SO. **C.** MN và SC. **D.** SA và BC.

BÀI 3. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

Câu 28: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Nếu hai đường thẳng không song song thì cắt nhau.

B. Nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Nếu đường thẳng và mặt phẳng không có điểm chung thì chúng song song với nhau.

D. Hai đường thẳng song song nếu chúng không có điểm chung.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC, sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mp :

A. (ABD). **B.** (ABC). **C.** (ACD). **D.** (BCD).

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt nằm trên cạnh AB, CD, BC; biết $PR//AC$. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (PQR) và (ACD) là:

A. $Qx//AC$. **B.** $Qx//AB$. **C.** $Qx//BC$. **D.** $Qx//CD$.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (DMN) và (DBC). Xét vị trí tương đối của d và (ABC) là:

A. $d//(ABC)$. **B.** d không song song (ABC).

C. $d \subset (ABC)$. **D.** d cắt (ABC).

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN//(SAB)$. **B.** $MN//BD$ **C.** $MN//(SBC)$ **D.** MN cắt BC.

Câu 33: Cho các mệnh đề:.

1. $a//b, b \subset (P) \Rightarrow a//(P)$.

2. $a//(P), \forall (Q) \supset a : (Q) \cap (P) = b \Rightarrow b//a$.

3. Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

4. Nếu a, b là hai đường thẳng chéo nhau thì có vô số mặt phẳng chứa a và song song với b.

Số mệnh đề đúng là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 34: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

A. 2. **B.** Không có mặt phẳng nào.

C. Vô số. **D.** 1.

Câu 35: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) sẽ:

A. cắt đường thẳng đó. **B.** trùng với đường thẳng đó.

C. song song với đường thẳng đó. **C.** chéo với đường thẳng đó.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của 2 cạnh SA và SB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN//AC$. **B.** $MN//(ABC)$. **C.** $MN//BC$. **D.** $MN//SC$.

Câu 37: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Mặt phẳng hoàn toàn xác định khi nó đi qua 3 điểm.

B. Mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết hai đường thẳng cắt nhau nằm trong nó.
C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Câu 38: Tìm khẳng định đúng:
A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.
D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

BÀI 4. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

Câu 39: Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.
B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì song song với nhau
C. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau;
D. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng kia

Câu 40: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
C. Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
D. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

Câu 41: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong 2 mặt phẳng phân biệt. Kết quả nào sau đây là **đúng**?
A. $AD//(BEF)$. **B.** $(AFD)//(BEC)$. **C.** $(ABD)//(EFC)$. **D.** $EC//(ABF)$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A',B',C',D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,SB,SC,SD. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
A. $A'B' \parallel (SAD)$. **B.** $A'C' \parallel (SBD)$. **C.** $(A'C'D') \parallel (ABC)$. **D.** $A'C' \parallel BD$.

Câu 43: Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau đây:
A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q).
B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (Q).
C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 44: Hãy chọn câu **sai**:
A. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau thì mặt phẳng (R) đã cắt (P) đều phải cắt (Q) và các giao tuyến của chúng song song nhau.

C. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

D. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

Câu 45: Cho một đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với (P)?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** có vô số.

Câu 46: Trong không gian cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ và $(\alpha)//(\beta)$. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $a//b$. **B.** a chéo b.

C. a cắt b. **D.** a, b không có điểm chung.

Câu 47: Khẳng định nào sau đây sai?

A. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước, có vô số đường thẳng đi qua và song song với mặt phẳng đó.

B. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Cho hai mặt phẳng song song, nếu có một đường thẳng cắt mặt phẳng này thì cắt mặt phẳng kia.

D. Bốn điểm không đồng phẳng xác định được một tứ diện.

Câu 48: Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hình lăng trụ có hai mặt đáy bằng nhau.

B. Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành.

C. Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

D. Hình lăng trụ có các mặt bên bằng nhau.

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng ($AB'D'$) song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCA'). **B.** $(BC'D)$. **C.** $(A'C'C)$. **D.** (BDA').

Câu 50: Tìm mệnh đề Sai trong các mệnh đề sau đây:

A. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thi còn có vô số điểm chung khác nữa.

B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song với nhau thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

Câu 51: Tìm mệnh đề **Đúng** trong các mệnh đề sau:

A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β).

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β).

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta sẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 52: Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hình lăng trụ có hai mặt đáy là hai đa giác bằng nhau.

B. Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành.

C. Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

D. Hình lăng trụ có các mặt bên là các đa giác bằng nhau.

Câu 53: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song nhau.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng đi qua hai đường thẳng song song thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 54: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi D' là trung điểm của $A'B'$ khi đó CB' song song với:

A. AD'. **B.** $C'D'$. **C.** AC'. **D.** $(AC'D')$.

Câu 55: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.

C. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song với nhau thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

D. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 56: Cho hai mặt phẳng(P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây sai:

A. $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong(P).

C. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

D. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (P).

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $OM // SC$. **B.** $(OMN) // (SBC)$.

C. $MN // (SBC)$. **D.** ON và CB cắt nhau.

Câu 58: Hãy chọn câu **sai**:

A. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.

B. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau thì mặt phẳng (R) đã cắt (P) đều phải cắt (Q) và các giao tuyến của chúng song song nhau.

D. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

2. Câu hỏi TNKQ Đúng-Sai

Câu 60: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai

a) Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.

b) Qua một điểm và một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng.

c) Có duy nhất một mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau.

d) Hai mặt phẳng có một điểm chung thì sẽ có duy nhất một đường thẳng chung gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SB. Các kết luận sau đúng hay sai?

a) $IJCD$ là hình thang.

b) $(SAB) \cap (IBC) = IB$.

c) $(SBD) \cap (ICD) = JD$

d) $(IAC) \cap (JBD) = AO, O$ là tâm hình bình hành $ABCD$.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) MN song song CD.

b) SA và CD chéo nhau.

c) MN song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

d) Mặt phẳng (MNI) song song với mặt phẳng (SCD).

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAD, SCD.

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là đường thẳng AB.

b) Đường thẳng GK và AC có một điểm chung.

c) Đường thẳng GK song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

d) Mặt phẳng chứa đường thẳng GK và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, E, F. Khi đó, tứ giác $MNEF$ là hình bình hành.

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, G là trọng tâm tam giác BCD, H là trọng tâm tam giác SCD. M, N lần lượt là trung điểm của $SA; SB$. I là giao điểm của đường thẳng AN và mặt phẳng (SCD). Các khẳng định dưới đây là đúng hay sai?

a) $MN // CD$

b) Tứ giác $CDSI$ là hình thang có đáy $SI < CD$

c) $ME // (SBC)$

d) $HG // (SBD)$

Câu 65: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I,K,G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $BB'//(ACC'A')$.

b) $(ABC)//(A'B'C')$.

c) IG cắt $(BCC'B')$.

d) $(IKG)//(BCC'B')$.

Câu 66: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác $A'BD$, $CB'D'$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) AC song song $B'D'$.

b) AC song song với mặt phẳng $(MB'D')$.

c) Mặt phẳng $(A'BD)$ song song với mặt phẳng $(CB'D')$.

d) Bốn điểm A, M, N, C thẳng hàng.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AD=3AM$. Gọi G,N theo thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, ABC.

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AC, BD

b) MN, SD là hai đường thẳng chéo nhau.

c) MN song song với mặt phẳng (SCD).

d) NG cắt với mặt phẳng (SAC).

Câu 68: Cho tứ diện $ABCD$, gọi, I,J lần lượt là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm của tam giác BCD. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $IJ//CD$.

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng qua G và song song với đường thẳng BC.

c) Biết (GIJ) cắt BC, BD lần lượt tại M và N, khi đó $\dfrac{IJ}{MN}=\dfrac{3}{4}$.

d) Cho biết $CD=6$, ta có $3IJ+2MN=18$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (AD là đáy lớn). Gọi E,F lần lượt là trung điểm của SA và SD, K là giao điểm của các đường thẳng AB, CD. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) Giao điểm M của đường thẳng SB và $mp(CDE)$ là điểm thuộc đường thẳng KE.

b) Nếu đường thẳng SC cắt mặt phẳng (EMF) tại N thì tứ giác $EFNM$ là hình bình hành.

c) Các đường thẳng AM, DN, SK cùng đi qua một điểm.

d) Biết $AD=2BC$, tỉ số diện tích hai tam giác KMN và KEF bằng $\dfrac{2}{3}$.

Câu 70: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K. G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC; A'B'C'; ACC'$. Gọi M, M', F lần lượt là trung điểm của $BC, B'C', CC'$.

a) Hình chiếu của I trên mặt phẳng $(A'B'C')$ theo phương MM' là điểm K.

b) $\frac{AI}{AM}=\frac{AG}{AF}=\frac{1}{3}$.

c) IG cắt $(BCC'B')$.

d) $(A'KG)//(AIB')$

3. Câu hỏi TNKQ Trả lời ngắn

Câu 71: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Qua G dựng một mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (BCD). Mặt phẳng (P) cắt các mặt của tứ diện $ABCD$ theo các đoạn giao tuyến tạo thành một đa giác có diện tích bằng bao nhiêu? (*Làm tròn đến hàng phần trăm*).

Câu 72: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K,L lần lượt là trung điểm của AB,BC và N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN=3ND$. Gọi P là giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (KLN). Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$.

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. N là điểm trên cạnh SB sao cho $3SN=2SB$. Một mặt phẳng (α) đi qua N, song song với AB và AD, cắt hình chóp theo một tứ giác. Gọi S là diện tích tứ giác thiết diện và $S=\frac{4a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a;b\in\mathbb{N}$. Tính $P=a+b+1$

Câu 74: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là hai điểm thuộc hai cạnh SB,SD sao cho: $SM=MB,SN=2ND$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại P thỏa mãn $SP=kSC$. Tìm k.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi E là trung điểm SC. Gọi F là điểm trên đoạn BD sao cho $3BF=2BD$ và M là giao điểm của SB và (AEF). Khi đó tỉ số $\frac{SM}{SB}$ là $\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $3a+b$.

Câu 76: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I là điểm trên nằm trên cạnh SC sao cho $SI=\frac{1}{4}SC$. Một mặt phẳng (α) đi qua AI, song song với BD và cắt cạnh SD tại K. Tính $\frac{S_{\Delta SIK}}{S_{\Delta SCD}}$.

PHẦN II. TỰ LUẬN

Câu 77: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Gọi M là trung điểm của SA. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MBC) với các mặt phẳng $(ABCD)$ và (SAB).

Câu 78: Cho tam giác ABC,S là một điểm không thuộc mặt phẳng (ABC). Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SCM) và (SAN).

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của BI. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAM) và (SBC).

Câu 80: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang $(AD//BC,\ AD>BC)$. Gọi M là trung điểm của SA. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SBC).

Câu 81: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của BC,OC,SA. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (MNP).

Câu 82: Cho hình chóp $S.ABC$. Trên cạnh SA và SC lấy M và N sao cho đường thẳng MN cắt AC tại I. Điểm P thuộc cạnh AB.
Xác định giao điểm của:

a) Đường thẳng MN và mặt phẳng (SBC).

b) Đường thẳng PI và mặt phẳng (SAB).

Câu 83: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SA. Xác định giao điểm của

a) Đường thẳng BD và mặt phẳng (SAC).

b) Đường thẳng DM và mặt phẳng (SAB).

Câu 84: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M trung điểm của AD, G là trọng tâm tam giác SAB.

a) Xác định giao điểm của CM với mặt phẳng (SAB)

b) Xác định giao tuyến hai mặt phẳng (SAB) và (SCM).

c) Xác định giao tuyến hai mặt phẳng (GCM) và (SBC).

Câu 85: Cho tứ diện $ABCD$. Trên AC,AD lần lượt lấy các điểm M,N sao cho MN không song song với CD. Gọi O là điểm thuộc miền trong tam giác BCD. Tìm giao điểm của

a) Đường thẳng BD và mặt phẳng (OMN).

b) Đường thẳng BC và mặt phẳng (OMN).

Câu 85: Cho hình chóp $S.ABC$ có hai điểm M,N lần lượt thuộc hai cạnh SA,SB và O là điểm nằm trong tam giác ABC. Xác định giao điểm của

a) Đường thẳng AB và mặt phẳng (SOC).

b) Đường thẳng MN và mặt phẳng (SOC).

c) Đường thẳng SO và mặt phẳng (CMN)

Câu 86: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. M là trung điểm của SC, N là trung điểm của OB. Tìm giao điểm của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN).

Câu 87: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N theo thứ tự là trung điểm của AB,BC; Q là một điểm nằm trên cạnh AD và P là giao điểm của CD với mặt phẳng (MNQ). Chứng minh: $PQ//MN//CD$.

Câu 88: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với cạnh đáy là $AB;CD(AB>CD)$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SB. Chứng minh: $MN//CD$.

Câu 89: Cho tứ diện $ABCD$ có I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD. Chứng minh: $IJ//CD$.

Câu 90: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một tứ giác lồi. Gọi M,N,J lần lượt là trung điểm của SD,AB,CD và gọi G,K lần lượt là trọng tâm tam giác SAB,ABC. Chứng minh: $GK//MJ$

Câu 91: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Chứng minh rằng $MN//(BCD)$.

Câu 92: Cho tứ diện $ABCD$ với M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ACD. Chứng minh rằng: $MN//(ABC)$.

Câu 93: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi F, G lần lượt là trung điểm các các cạnh SA và BC. Chứng minh rằng: $FG//(SCD)$.

Câu 94: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC; G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và SBC.

a) Chứng minh $MN//(SAC)$.

b) Chứng minh $GG'//(SAC)$.

Câu 95: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng có tâm lần lượt là O và O'.

a) Chứng minh rằng OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE).

b) Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM=\frac{1}{3}AE$, $BN=\frac{1}{3}BD$. Chứng minh rằng MN song song với mặt phẳng $(CDEF)$.

Câu 96: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, I là trung điểm của AB và M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM=\frac{1}{3}AD$. Đường thẳng đi qua M và song song với AB cắt CI tại N. Chứng minh rằng $MG//(SCD)$.

Câu 97: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AD thỏa mãn $AD=2BC$. Gọi O là giao điểm AC và BD, G là trọng tâm tam giác SCD. Chứng minh rằng $OG//(SBC)$.

Câu 98: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn là AD thỏa $AD=2BC$. Gọi M là trung điểm của SD. Chứng minh rằng $CM//(SAB)$.

Câu 99: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Câu 100: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm của tam giác SAB. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG).

Câu 101: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 theo thứ tự là trọng tâm tam giác ABD và tam giác ACD. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (AG_1G_2) với mặt phẳng (ABC).

Câu 102: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Sx là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBD). M, N lần lượt là trung điểm của AB và DC. Chứng minh MN song song với giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

Câu 103: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD.

a) Chứng minh $(SBC)//(OMN)$.

b) Gọi P,Q,R lần lượt là trung điểm của AB,ON,SB. Chứng minh $PQ//(SBC)$ và $(OMR)//(SCD)$.

Câu 104: Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N, P lần lượt là trung điểm SA, SB, SC.

a) Chứng minh $(MNP)//(ABC)$.

b) Gọi H,G,L lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SAC, SBC. Chứng minh $(HGL)//(MNP)$.

Câu 105: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM=BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'. Chứng minh:

a)$(ADF)//(BCE)$.

b) $(DEF)//(MM'N'N)$.

Câu 106: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G, H, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, BCD, $A'AD'$. Chứng minh rằng $(GHK)//(A'BCD')$.

Câu 107: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AC, AA', $A'C'$, BC. Chứng minh rằng $(MNQ)//(A'B'C)$.