BẢN ĐỌC THỬ MIỄN PHÍ • 6/30 BÀI

TÀI LIỆU ÔN TẬP • TOÁN 7

30 BÀI TOÁN NÂNG CAO

Ôn thi cuối học kì 1 – Toán 7

Tuyển chọn từ đề cuối học kì 1 của các trường • Năm học 2023 – 2026

- ✓ 30 bài vận dụng – vận dụng cao chọn lọc từ đề thi thật của các trường
- ✓ Chia theo dạng toán, có mức độ ★ để luyện từ dễ đến khó
- ✓ Lời giải chi tiết từng bước + nhận xét, mẹo nhận dạng sau mỗi bài
- ✓ Ghi rõ nguồn đề (trường, năm học) – đã đối chiếu bản gốc

BIÊN SOẠN

Thầy Thế Anh

Điện thoại / Zalo: **0986 683 218**

Website: thaytheanh.com

Quét mã QR để nhắn Zalo cho thầy hoặc vào nhóm học tập: hỏi bài trong sách, nhận thêm đề và tài liệu Toán.

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh lớp 7 thân mến,

Trong đề kiểm tra cuối học kì 1, phần lớn điểm số nằm ở các câu cơ bản – nhưng để đạt điểm 9, điểm 10 thì các em phải làm được câu vận dụng và vận dụng cao cuối đề. Đây cũng là những câu phân loại học sinh khá – giỏi, và là nền tảng để thi học sinh giỏi, thi vào lớp 10 chuyên sau này.

Cuốn sách này tuyển chọn 30 bài như vậy từ đề thi thật của nhiều trường trong những năm gần đây, sắp xếp theo dạng để các em nhận ra "khuôn" của từng loại bài. Mỗi bài đều có lời giải chi tiết và phần nhận xét chỉ ra ý tưởng then chốt – điều quan trọng hơn cả đáp số.

Chúc các em ôn tập hiệu quả và đạt kết quả thật cao!

Thầy Thế Anh

CÁCH DÙNG SÁCH HIỆU QUẢ

Bước 1. Tự làm bài ít nhất 15–20 phút trước khi xem lời giải. Bí thì đọc lại tên dạng và phần nhận xét của bài trước đó trong cùng dạng.

Bước 2. Đối chiếu lời giải, chú ý cách trình bày – đây là cách trình bày được chấm đủ điểm.

Bước 3. Đọc phần **Nhận xét** và ghi lại ý tưởng chính vào sổ tay.

Bước 4. Sau 3–5 ngày, làm lại những bài đã sai mà không xem lời giải.

Mức độ: ★☆☆ vận dụng • ★★☆ vận dụng cao • ★★★ thử thách (dành cho HS giỏi).

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU **2**
PHẦN 1. ĐỀ BÀI **4**
DẠNG 1. TÍNH TOÁN VỚI LŨY THỪA, TỔNG CÓ QUY LUẬT VÀ TÌM X ... 4
DẠNG 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT 4
PHẦN 2. LỜI GIẢI CHI TIẾT **5**
ĐỌC TIẾP BẢN ĐẦY ĐỦ **9**

PHẦN 1. ĐỀ BÀI

DẠNG 1. TÍNH TOÁN VỚI LŨY THỪA, TỔNG CÓ QUY LUẬT VÀ TÌM X

Bài 1. (★☆☆) Tính

$$A = \sqrt{1+2+3+\cdots+2023+2024+2023+2022+\cdots+3+2+1}.$$

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 7 năm học 2024 – 2025, phòng GD&ĐT Giao Thủy – Nam Định)

Bài 2. (★☆☆) Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{2^{12}\cdot 3^5 - 4^6\cdot 9^2}{(2^2\cdot 3)^6 + 8^4\cdot 3^5} - \frac{5^{10}\cdot 7^3 - 25^5\cdot 49^2}{(125\cdot 7)^3 + 5^9\cdot 14^3}.$$

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 7 năm học 2023 – 2024, phòng GD&ĐT Ứng Hòa – Hà Nội)

Bài 3. (★★☆) Cho $B = 1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{2023}$. Tìm x để $2B+1 = 9^{1010}\cdot 3^{x-1}$.

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 7 năm học 2023 – 2024, phòng GD&ĐT Bố Trạch – Quảng Bình)

Bài 4. (★★☆) a) Tìm giá trị lớn nhất của $A = 1{,}5 - |x - 3{,}5|$.

b) Tính tích sau:

$$Q = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{100^2}\right).$$

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 7 năm học 2023 – 2024, phòng GD&ĐT Cẩm Giàng – Hải Dương)

Bài 5. (★★☆) Tìm x biết

$$\frac{29-x}{21}+\frac{27-x}{23}+\frac{25-x}{25}+\frac{23-x}{27}+\frac{21-x}{29} = -5.$$

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 7 năm học 2023 – 2024, trường THCS Tân Triều – Hà Nội)

DẠNG 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Bài 6. (★★☆) Cho biểu thức

$$A = (2x-5)^2 - (15-6x)^2 - |x-y-1| + 2025.$$

a) Chứng tỏ $A \le 2025$ với mọi giá trị của x, y.

b) Tìm x, y để $A = 2025$.

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 7 năm học 2025 – 2026, xã Đông Anh – Hà Nội)

PHẦN 2. LỜI GIẢI CHI TIẾT

DẠNG 1. TÍNH TOÁN VỚI LŨY THỪA, TỔNG CÓ QUY LUẬT VÀ TÌM X

Bài 1 ★☆☆

Đặt $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 2023$. Viết S theo thứ tự ngược lại rồi cộng với S (ghép từng cặp có tổng bằng 2024):

$$2S = (1 + 2023) + (2 + 2022) + \cdots + (2023 + 1) = 2023 \cdot 2024.$$

Biểu thức dưới dấu căn là

$$S + 2024 + S = 2S + 2024 = 2023 \cdot 2024 + 2024 = 2024 \cdot (2023 + 1) = 2024^2.$$

Vậy $A = \sqrt{2024^2} = 2024$.

NHẬN XÉT

Tổng "đi lên rồi đi xuống" $1 + 2 + \cdots + (n-1) + n + (n-1) + \cdots + 2 + 1$ luôn bằng n^2. Nhận ra dạng này thì căn bậc hai được "giải phóng" ngay.

Bài 2 ★☆☆

Đưa các lũy thừa về cùng cơ số $2;\ 3;\ 5;\ 7$ rồi đặt nhân tử chung.

Phân số thứ nhất:

$$\frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{1}{6}.$$

Phân số thứ hai:

$$\frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} = \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+8)} = \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{-10}{3}.$$

Do đó

$$A = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{1}{6} + \frac{20}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}.$$

NHẬN XÉT

Với biểu thức lũy thừa cồng kềnh: phân tích mọi cơ số ra thừa số nguyên tố ($4 = 2^2$, $9 = 3^2$, $25 = 5^2$, $49 = 7^2$, $14 = 2 \cdot 7$, $125 = 5^3$), sau đó đặt lũy thừa nhỏ nhất làm nhân tử chung ở cả tử và mẫu.

Lỗi hay gặp: quên dấu "$-$" giữa hai phân số khi phân số thứ hai mang giá trị âm.

Bài 3 ★★☆

Nhân hai vế của B với 3:

$$3B = 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{2023} + 3^{2024}.$$

Trừ vế theo vế cho $B = 1 + 3 + 3^2 + \cdots + 3^{2023}$, các số hạng giống nhau triệt tiêu:

$$3B - B = 3^{2024} - 1 \Rightarrow 2B = 3^{2024} - 1 \Rightarrow 2B + 1 = 3^{2024}.$$

Mặt khác $9^{1010} \cdot 3^{x-1} = (3^2)^{1010} \cdot 3^{x-1} = 3^{2020} \cdot 3^{x-1} = 3^{2019+x}$.

Do đó $3^{2024} = 3^{2019+x}$, suy ra $2019 + x = 2024$, tức là $x = 5$.

Kết luận: $x = 5$.

NHẬN XÉT

Tổng các lũy thừa cùng cơ số a có số mũ liên tiếp: nhân cả tổng với a rồi trừ đi tổng ban đầu. Sau đó đưa hai vế về cùng cơ số và so sánh số mũ.

Bài 4 ★★☆

a) Vì $|x - 3{,}5| \geq 0$ với mọi x nên $A = 1{,}5 - |x - 3{,}5| \leq 1{,}5$.

Dấu "=" xảy ra khi $x - 3{,}5 = 0$, tức là $x = 3{,}5$.

Vậy giá trị lớn nhất của A là 1,5, đạt được khi $x = 3{,}5$.

b) Với mỗi số tự nhiên $n \geq 2$ ta có

$$1 - \frac{1}{n^2} = \frac{n^2 - 1}{n^2} = \frac{(n-1)(n+1)}{n \cdot n}.$$

Áp dụng với $n = 2; 3; \ldots; 100$:

$$Q = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \cdots \frac{99 \cdot 101}{100 \cdot 100}.$$

Tách thành tích của hai dãy phân số:

$$Q = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots 99}{2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots 100} \cdot \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \ldots 101}{2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots 100}$$

$$= \frac{1}{100} \cdot \frac{101}{2} = \frac{101}{200}.$$

NHẬN XÉT

Trong câu b, viết $n^2-1=(n-1)(n+1)$ (có thể kiểm tra trực tiếp: $(n-1)(n+1)=n^2+n-n-1$). Khi đó mỗi phân số tách thành hai phần và tích "rút gọn dây chuyền" chỉ còn lại số đầu và số cuối.

Bài 5 ★★☆

Nhận thấy tử cộng mẫu ở mỗi phân số đều bằng $50-x$. Chuyển -5 sang vế trái và chia đều thành năm số 1:

$$\frac{29-x}{21}+1=\frac{50-x}{21};\quad \frac{27-x}{23}+1=\frac{50-x}{23};\quad \ldots;\quad \frac{21-x}{29}+1=\frac{50-x}{29}.$$

Do đó phương trình trở thành

$$\frac{50-x}{21}+\frac{50-x}{23}+\frac{50-x}{25}+\frac{50-x}{27}+\frac{50-x}{29}=0$$

$$(50-x)\cdot\left(\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}\right)=0.$$

Vì $\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}>0$ nên $50-x=0$, tức là $x=50$.

Kết luận: $x=50$.

NHẬN XÉT

Dấu hiệu nhận dạng: tổng "tử + mẫu" (hoặc "tử − mẫu") của các phân số bằng nhau. Khi đó cộng (hoặc trừ) 1 vào mỗi phân số để xuất hiện nhân tử chung.

Nhớ giải thích vì sao thừa số trong ngoặc khác 0.

DẠNG 2. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Bài 6 ★★☆

a) Ta có $15-6x=-3\cdot(2x-5)$ nên $(15-6x)^2=9\cdot(2x-5)^2$. Do đó

$$A=(2x-5)^2-9(2x-5)^2-|x-y-1|+2025$$
$$=-8(2x-5)^2-|x-y-1|+2025.$$

Vì $(2x-5)^2\geq 0$ và $|x-y-1|\geq 0$ với mọi x,y nên $-8(2x-5)^2-|x-y-1|\leq 0$, suy ra $A\leq 2025$ với mọi x,y.

b) $A = 2025$ khi và chỉ khi $(2x-5)^2 = 0$ và $|x-y-1| = 0$:

$$\begin{cases} 2x-5=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5}{2} \\ y = x-1 = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy $x = \frac{5}{2}$, $y = \frac{3}{2}$.

NHẬN XÉT

"Bẫy" của bài là hiệu $(2x-5)^2 - (15-6x)^2$ nhìn như không đánh giá được. Mấu chốt: $15-6x$ là bội của $2x-5$, nên hai bình phương gộp được thành $-8(2x-5)^2 \leq 0$.

ĐỌC TIẾP BẢN ĐẦY ĐỦ

Bạn vừa đọc 6/30 bài của cuốn sách.

Bản đầy đủ gồm 30 bài, lời giải chi tiết và nhận xét – giá ưu đãi chỉ **39.000đ**.

Nhắn Zalo **0986 683 218** với nội dung: "T7HK1" để nhận sách ngay.

ĐĂNG KÍ HỌC THỬ MIỄN PHÍ

- Lớp Toán Thầy Thế Anh nhận học sinh THCS – THPT theo nhóm nhỏ, học **online** hoặc **trực tiếp** tại Hà Nội.
- Lớp nâng cao – học sinh giỏi – luyện thi vào 10 và 10 chuyên Toán.
- Tặng **1 buổi học thử miễn phí** và **bài kiểm tra đánh giá năng lực** để thầy xếp lớp phù hợp.

Nhắn Zalo **0986 683 218** • Cú pháp: HỌC THỬ + LỚP 7 + TÊN HỌC SINH

Website: thaytheanh.com

BIÊN SOẠN

Thầy Thế Anh

Điện thoại / Zalo: **0986 683 218**

Website: thaytheanh.com

Quét mã QR để nhắn Zalo cho thầy hoặc vào nhóm học tập: hỏi bài trong sách, nhận thêm đề và tài liệu Toán.

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

Đề bài được tuyển chọn từ đề kiểm tra công khai của các trường; lời giải và nhận xét do Thầy Thế Anh biên soạn. Tài liệu dành cho học sinh sử dụng cá nhân – vui lòng không chia sẻ lại bản đầy đủ.