BẢN ĐỌC THỬ MIỄN PHÍ • 6/30 BÀI

TÀI LIỆU ÔN TẬP • TOÁN 8

30 BÀI TOÁN NÂNG CAO

Ôn thi cuối học kì 1 – Toán 8

Tuyển chọn từ đề cuối học kì 1 của các trường • Năm học 2023 – 2026

- ✓ 30 bài vận dụng – vận dụng cao chọn lọc từ đề thi thật của các trường
- ✓ Chia theo dạng toán, có mức độ ★ để luyện từ dễ đến khó
- ✓ Lời giải chi tiết từng bước + nhận xét, mẹo nhận dạng sau mỗi bài
- ✓ Ghi rõ nguồn đề (trường, năm học) – đã đối chiếu bản gốc

BIÊN SOẠN

Thầy Thế Anh

Điện thoại / Zalo: **0986 683 218**

Website: thaytheanh.com

Quét mã QR để nhắn Zalo cho thầy hoặc vào nhóm học tập: hỏi bài trong sách, nhận thêm đề và tài liệu Toán.

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh lớp 8 thân mến,

Trong đề kiểm tra cuối học kì 1, phần lớn điểm số nằm ở các câu cơ bản – nhưng để đạt điểm 9, điểm 10 thì các em phải làm được câu vận dụng và vận dụng cao cuối đề. Đây cũng là những câu phân loại học sinh khá – giỏi, và là nền tảng để thi học sinh giỏi, thi vào lớp 10 chuyên sau này.

Cuốn sách này tuyển chọn 30 bài như vậy từ đề thi thật của nhiều trường trong những năm gần đây, sắp xếp theo dạng để các em nhận ra "khuôn" của từng loại bài. Mỗi bài đều có lời giải chi tiết và phần nhận xét chỉ ra ý tưởng then chốt – điều quan trọng hơn cả đáp số.

Chúc các em ôn tập hiệu quả và đạt kết quả thật cao!

Thầy Thế Anh

CÁCH DÙNG SÁCH HIỆU QUẢ

Bước 1. Tự làm bài ít nhất 15–20 phút trước khi xem lời giải. Bí thì đọc lại tên dạng và phần nhận xét của bài trước đó trong cùng dạng.

Bước 2. Đối chiếu lời giải, chú ý cách trình bày – đây là cách trình bày được chấm đủ điểm.

Bước 3. Đọc phần **Nhận xét** và ghi lại ý tưởng chính vào sổ tay.

Bước 4. Sau 3–5 ngày, làm lại những bài đã sai mà không xem lời giải.

Mức độ: ★☆☆ vận dụng • ★★☆ vận dụng cao • ★★★ thử thách (dành cho HS giỏi).

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU **2**
PHẦN 1. ĐỀ BÀI **4**
DẠNG 1. HẰNG ĐẲNG THỨC VÀ GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC 4
DẠNG 2. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ VÀ BIỂU THỨC CÓ ĐIỀU KIỆN 4
PHẦN 2. LỜI GIẢI CHI TIẾT **5**
ĐỌC TIẾP BẢN ĐẦY ĐỦ **9**

PHẦN 1. ĐỀ BÀI

DẠNG 1. HẰNG ĐẲNG THỨC VÀ GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Bài 1. (★☆☆) Cho $x+\frac{1}{x}=3$ $(x\neq 0)$, tính $x^6+\frac{1}{x^6}$.

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 8 năm học 2024 – 2025, trường THCS Đồng Khởi – TP HCM)

Bài 2. (★☆☆) Cho $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ và $a+b+c=2025$. Tính a, b, c.

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 8 năm học 2024 – 2025, phòng GD&ĐT Kim Thành – Hải Dương)

Bài 3. (★★☆) Cho 3 số a, b, c thỏa mãn đồng thời: $a+b+c=6$ và $a^2+b^2+c^2=12$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P=(a-3)^{2025}+(b-3)^{2025}+(c-3)^{2025}.$$

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 8 năm học 2024 – 2025, trường THCS Thuận Thiên – Hải Phòng)

Bài 4. (★★☆) Cho các số x, y thoả mãn điều kiện $2x^2+y^2-2xy-6x+4y+5=0$.

Tính giá trị của biểu thức $M=(x+y+1)^{2022}+(x-2)^{2023}+(y+2)^{2024}$.

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 8 năm học 2024 – 2025, trường THCS Mỹ Tiến – Nam Định)

Bài 5. (★★☆) Cho x, y dương thỏa mãn $x^3+8y^3-6xy+1=0$.

Tính giá trị của biểu thức $A=x^{2024}+\left(y-\frac{1}{2}\right)^{2025}$.

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 8 năm học 2024 – 2025, trường THCS Lương Thế Vinh – Nam Định)

DẠNG 2. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ VÀ BIỂU THỨC CÓ ĐIỀU KIỆN

Bài 6. (★★☆) Cho hai số thực dương m, n thoả mãn $m<n$ và $3m^2+2n^2=5mn$.

Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{n+2m}{n-2m}+2032$.

(Nguồn: Đề cuối học kì 1 Toán 8 năm học 2024 – 2025, phòng GD&ĐT Lập Thạch – Vĩnh Phúc)

PHẦN 2. LỜI GIẢI CHI TIẾT

DẠNG 1. HẰNG ĐẲNG THỨC VÀ GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC

Bài 1 ★☆☆

Ta có

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\cdot x\cdot\frac{1}{x}=3^2-2=7.$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\cdot x\cdot\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)=3^3-3\cdot 3=18.$$

Do đó

$$x^6+\frac{1}{x^6}=\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)^2-2\cdot x^3\cdot\frac{1}{x^3}=18^2-2=322.$$

Kết luận: $x^6+\frac{1}{x^6}=322.$

NHẬN XÉT

Đặt $a=x,\ b=\frac{1}{x}$ thì $ab=1$, nên mọi biểu thức đối xứng a^k+b^k đều tính được qua $a+b$ nhờ $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ và $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$.

Có thể kiểm tra lại: $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^3-3\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=343-21=322.$

Bài 2 ★☆☆

Nhân hai vế của đẳng thức thứ nhất với 2 rồi chuyển vế:

$$2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=0$$

$$\Leftrightarrow (a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)=0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0.$$

Vì $(a-b)^2\geq 0,\ (b-c)^2\geq 0,\ (c-a)^2\geq 0$ nên đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a-b=b-c=c-a=0$, tức là $a=b=c$.

Khi đó $3a=2025$, suy ra $a=675$.

Kết luận: $a=b=c=675.$

NHẬN XÉT

Đẳng thức $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ là dấu hiệu quen thuộc của $a=b=c$; mẹo là **nhân 2** để tách thành tổng ba bình phương.

Bài 3 ★★☆

Xét tổng

$$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=(a^2+b^2+c^2)-4(a+b+c)+12.$$

Thay $a+b+c=6$ và $a^2+b^2+c^2=12$ ta được

$$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=12-4\cdot 6+12=0.$$

Vì mỗi bình phương đều không âm nên $a-2=b-2=c-2=0$, tức là $a=b=c=2$ (thỏa mãn cả hai điều kiện).

Do đó

$$P=(2-3)^{2025}+(2-3)^{2025}+(2-3)^{2025}=3\cdot(-1)^{2025}=-3.$$

Kết luận: $P=-3$.

NHẬN XÉT

Số 2 được chọn vì là trung bình cộng $\frac{a+b+c}{3}$. Gặp hai điều kiện "tổng" và "tổng bình phương", hãy thử xét $(a-k)^2+(b-k)^2+(c-k)^2$ với k là trung bình cộng.

Bài 4 ★★☆

Ta biến đổi vế trái, gom các hạng tử chứa y thành một bình phương:

$$2x^2+y^2-2xy-6x+4y+5=[y^2-2y(x-2)+(x-2)^2]+(x^2-2x+1)$$

$$=(y-x+2)^2+(x-1)^2.$$

(Kiểm tra: $(x-2)^2+x^2-2x+1=2x^2-6x+5$.)

Do đó điều kiện trở thành $(y-x+2)^2+(x-1)^2=0$.

Vì $(y-x+2)^2\geq 0$ và $(x-1)^2\geq 0$ nên

$$\begin{cases} x-1=0 \\ y-x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

Thay vào:

$$M=(1-1+1)^{2022}+(1-2)^{2023}+(-1+2)^{2024}=1+(-1)+1=1.$$

Kết luận: $M=1$.

NHẬN XÉT

Cách tách: coi biểu thức là "tam thức bậc hai theo y", gom $y^2-2y(x-2)$ thành $(y-x+2)^2$, phần còn lại chỉ chứa x và lại là một bình phương.

Lỗi hay gặp: tính nhầm dấu lũy thừa lẻ $(-1)^{2023}=-1$.

Bài 5 ★★☆

Bổ đề. Với mọi a, b, c:

$$a^3+b^3+c^3-3abc=\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2].$$

Chứng minh: dùng $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ ta có

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b)^3+c^3-3ab(a+b+c)$$

$$=(a+b+c)[(a+b)^2-(a+b)c+c^2]-3ab(a+b+c)$$

$$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca),$$

và $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$.

Áp dụng với $a=x, b=2y, c=1$ (khi đó $3abc=6xy$):

$$0=x^3+(2y)^3+1^3-3\cdot x\cdot 2y\cdot 1$$

$$=\frac{1}{2}(x+2y+1)[(x-2y)^2+(2y-1)^2+(1-x)^2].$$

Vì $x>0, y>0$ nên $x+2y+1>0$. Suy ra

$$(x-2y)^2+(2y-1)^2+(1-x)^2=0\Rightarrow x=2y=1\Rightarrow x=1, y=\frac{1}{2}.$$

Do đó

$$A=1^{2024}+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)^{2025}=1+0=1.$$

Kết luận: $A=1$.

NHẬN XÉT

Dấu hiệu nhận dạng: có ba lập phương x^3, $(2y)^3$, 1^3 và hạng tử $6xy = 3 \cdot x \cdot 2y \cdot 1$.

Điều kiện "x, y dương" dùng để khẳng định $x + 2y + 1 \neq 0$ — đừng bỏ qua bước này.

DẠNG 2. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ VÀ BIỂU THỨC CÓ ĐIỀU KIỆN

Bài 6 ★★☆

Ta có

$$3m^2 + 2n^2 = 5mn \Leftrightarrow 3m^2 - 3mn - 2mn + 2n^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3m(m-n) - 2n(m-n) = 0 \Leftrightarrow (m-n)(3m-2n) = 0.$$

Vì $m < n$ nên $m - n \neq 0$, do đó $3m - 2n = 0$, hay $n = \frac{3m}{2}$.

Khi đó

$$n - 2m = \frac{3m}{2} - 2m = -\frac{m}{2} \neq 0 \text{ (vì } m > 0), \qquad n + 2m = \frac{3m}{2} + 2m = \frac{7m}{2}.$$

Suy ra

$$\frac{n+2m}{n-2m} = \frac{7m}{2} : \left(-\frac{m}{2}\right) = -7.$$

Vậy $A = -7 + 2032 = 2025$.

Kết luận: $A = 2025$.

NHẬN XÉT

Điều kiện thuần nhất bậc hai $3m^2 - 5mn + 2n^2 = 0$ luôn phân tích được thành tích hai nhân tử bậc nhất, từ đó suy ra tỉ số $\frac{n}{m}$.

Điều kiện $m < n$ dùng để loại trường hợp $m = n$ (khi đó mẫu $n - 2m = -m$ vẫn khác 0 nhưng cho đáp số khác).

ĐỌC TIẾP BẢN ĐẦY ĐỦ

Bạn vừa đọc 6/30 bài của cuốn sách.

Bản đầy đủ gồm 30 bài, lời giải chi tiết và nhận xét – giá ưu đãi chỉ **39.000đ**.

Nhắn Zalo **0986 683 218** với nội dung: "T8HK1" để nhận sách ngay.

ĐĂNG KÍ HỌC THỬ MIỄN PHÍ

- Lớp Toán Thầy Thế Anh nhận học sinh THCS – THPT theo nhóm nhỏ, học **online** hoặc **trực tiếp** tại Hà Nội.
- Lớp nâng cao – học sinh giỏi – luyện thi vào 10 và 10 chuyên Toán.
- Tặng **1 buổi học thử miễn phí** và **bài kiểm tra đánh giá năng lực** để thầy xếp lớp phù hợp.

Nhắn Zalo **0986 683 218** • Cú pháp: HỌC THỬ + LỚP 8 + TÊN HỌC SINH

Website: thaytheanh.com

BIÊN SOẠN

Thầy Thế Anh

Điện thoại / Zalo: **0986 683 218**

Website: thaytheanh.com

Quét mã QR để nhắn Zalo cho thầy hoặc vào nhóm học tập: hỏi bài trong sách, nhận thêm đề và tài liệu Toán.

Zalo Thầy Thế Anh
0986 683 218

Nhóm học tập Zalo
Quét để tham gia

Đề bài được tuyển chọn từ đề kiểm tra công khai của các trường; lời giải và nhận xét do Thầy Thế Anh biên soạn. Tài liệu dành cho học sinh sử dụng cá nhân – vui lòng không chia sẻ lại bản đầy đủ.